Esercizi - 25 ottobre 2006

1. Si considerino le funzioni $f(x) = 9\log x + 1/2$ e $g(x) = 5x - 4$. L'equazione $f(x) = g(x)$ ha due radici $x_1 < x_2$. Scrivere unos script di Octave che disegni i grafici sovraposti delle funzioni $f(x)$ e $g(x)$ in modo di visualizare i punti x_1 e x_2, calcoli x_1 e x_2 e calcoli
$$\int_{x_1}^{x_2} [f(x) - g(x)]\, dx\,.$$

2. Scrivere un script di octave disegni il grafico della funzione
$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{x^4 + x + 1}}$$
nell'intervallo $[-3, 3]$, chieda un numero naturale n e calcoli:
   i) il polinomio di grado n, $\Pi_n f(x)$, che interpola la funzione f in punti equispaziati dell'lntervallo $[-3, 3]$ includendo gli estremi;
   ii) il polinomio di grado n, $\widetilde{\Pi}_n f(x)$, che interpola la funzione f nei nodi di Chebyshev dell'intervallo $[-3, 3]$ includendo gli estremi;
   iii) l'integrali
$$I_e = \int_{-3}^{3} \Pi_n f(x)\, dx\,, \quad I_c = \int_{-3}^{3} \widetilde{\Pi}_n f(x)\, dx\,, \quad I = \int_{-3}^{3} f(x)\, dx\,.$$
   Conforntare i valori di I_e, I_c e I per diversi valori di n e commentare i risultati.

3. Si considerino i seguenti dati

x_i	-1.00	-0.90	-0.85	-0.70	-0.60	-0.57	-0.45	-0.30	-0.20	-0.15	-0.08	0.00
y_i	6.90	5.64	5.40	4.72	4.15	3.60	2.76	2.90	2.50	2.20	2.60	2.01

   Scrivere uno script di Octave che disegni:
   i) i dati e la funzione spline interpolatoria, $s(x)$;
   ii) i dati e il polinomio interpolatore, $p(x)$;
   iii) i dati e la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati, $r(x)$;
   iii) i dati e il polinomio di grado cinque di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati, $q(x)$;

   e calcoli
$$\sum_{i=1}^{12} [y_i - r(x_i)]^2\,, \quad \text{e} \quad \sum_{i=1}^{12} [y_i - q(x_i)]^2\,.$$

4. Quante soluzioni ha l'equazione
$$\frac{x^3 - 5x + 1}{x^2 + x + 1} = 0\,?$$
   Scrivere un script di Octave che calcoli tutte le soluzioni di questa equazione, chieda un numero naturale n e calcoli il polinomio interpolatore della funzione $f(x) = \dfrac{x^3 - 5x + 1}{x^2 + x + 1}$ in n punti equispaziati dell'intervallo $[-3, 3]$ (includendo gli estremi), $\Pi_n f(x)$.
   Quante radici reali ha il polinomio $\Pi_8 f(x)$? Quante sono nell'intervallo $[-3, 3]$?

Soluzioni

1. ```
   xx=linspace(0.5,3);
   plot(xx,9*log(xx)+1/2,xx,5*xx-4)
   fun='9*log(x)-5*x+9/2';
   x1=fsolve(fun,0.5)
   x2=fsolve(fun,2)
   Int=quad(fun,x1,x2)
   ```

2. ```
   x=linspace(-3,3);
   fun='1./sqrt(x.^4+x+1)';
   fx=eval(fun);
   plot(x,fx);
   n=input('n= ');
   x=linspace(-3,3,n+1);    % Nodi equispaziati
   y=eval(fun);
   p=polyfit(x,y,n);
   x=-cos([0:n]*pi/n);
   x=3*x;                   % Nodi di Chebyshev
   y=eval(fun);
   q=polyfit(x,y,n);
   pp=polyinteg(p);
   Ie=polyval(pp,3)-polyval(pp,-3)
   qq=polyinteg(q);
   Ic=polyval(qq,3)-polyval(qq,-3)
   Int=quad(fun,-3,3)
   % Non richiesto: grafico dei polinomi interpolatori e della funzione
   x=linspace(-3,3);
   px=polyval(p,x);
   qx=polyval(q,x);
   plot(x,fx,'r',x,px,'b',x,qx,'k')
   ```

3. ```
   x=[-1 -0.9 -0.85 -0.7 -0.6 -0.57 -0.45 -0.3 -0.2 -0.15 -0.08 0];
   y=[6.9 5.64 5.4 4.72 4.25 3.6 2.76 2.9 2.5 2.2 2.6 2.01];
   xx=linspace(-1,0);
   sxx=spline(x,y,xx);
   plot(x,y,'*',xx,sxx)
   pause
   p=polyfit(x,y,11);
   pxx=polyval(p,xx);
   plot(x,y,'*',xx,pxx)
   pause
   r=polyfit(x,y,1);
   rxx=polyval(r,xx);
   plot(x,y,'*',xx,rxx)
   pause
   q=polyfit(x,y,5);
   qxx=polyval(q,xx);
   plot(x,y,'*',xx,qxx)
   pause
   rx=polyval(r,x);
   c1=sum((y-rx).^2)
   qx=polyval(q,x);
   c5=sum((y-qx).^2)
   ```
   ```

4.
```
x=linspace(-3,3);
fun='(x.^3-5*x+1)./(x.^2+x+1)';
fx=eval(fun);
plot(x,fx,'r',[-3 3],[0 0],'g')
pause
n=input('n= ');
xx=x;
x=linspace(-3,3,n+1);
y=eval(fun);
p=polyfit(x,y,n);
pxx=polyval(p,xx);
plot(xx,fx,'r',xx,pxx,'b',[-3 3],[0 0],'g')
r=roots(p)
```