

Esercizi - 30 novembre 2006

1. Scrivere uno script file che riceva in input una matrice A e un vettore \mathbf{b} risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ usando il più veloce tra il metodo di Jacobi e il metodo di Gauss-Seidel.

Il programma deve eseguire le seguenti istruzioni:

- lettura in input della matrice A e del vettore \mathbf{b} ;
- calcolo della matrice d'iterazione del metodo di Jacobi e calcolo del suo raggio spettrale;
- calcolo della matrice d'iterazione del metodo di Gauss-Seidel e calcolo del suo raggio spettrale;
- se i due raggi spettrali sono maggiori o uguali a uno, messaggio indicando che nessuno dei due metodi è convergente e break del programma;
- risoluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ usando il più veloce dei due metodi (Jacobi o Gauss-Seidel).

Risolvere i seguenti sistemi lineari. Riportare nella tabella la soluzione, il metodo usato e il numero d'iterazioni.

	Soluzione	Metodo	N. iterazioni
$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 1 \\ 2 & 4 & 1 \\ 0 & 1 & -2 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 5 \\ 3 \end{bmatrix}$			
$\begin{bmatrix} 1 & 5 & 7 \\ -8 & 1 & 6 \\ 4 & 6 & -1 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -3 \\ -11 \end{bmatrix}$			
$\begin{bmatrix} -3 & 3 & -6 \\ -4 & 7 & -8 \\ 5 & 7 & -9 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ 11 \\ 21 \end{bmatrix}$			

2. Scrivere una funzione di Octave che riceva in input una matrice A e un vettore \mathbf{b} e un parametro ω risolva il sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$ usando il seguente metodo iterativo:

$$\mathbf{x}^0 = \mathbf{0}$$

per $k \geq 0$

$$x_i^{k+1} = \frac{\omega}{a_{i,i}}(b_i - \sum_{j=1}^{i-1} a_{i,j}x_j^{k+1} - \sum_{j=i+1}^n a_{i,j}x_j^k) + (1 - \omega)x_i^k \quad i = 1, \dots, N,$$

(Usare come riferimento la funzione `gs` che implementa il metodo iterativo di Gauss-Seidel).

Risolvere il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 & 1 \\ -1 & 1 & 4 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 2 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 6 \\ 3 \\ 5 \\ 4 \end{bmatrix}$$

con questo metodo e parametro $\omega = 0.5$, $\omega = 1$ e $\omega = 1.5$.

Riportare nella tabella il numero d'iterazioni.

ω	N. iterazioni
$\omega = 0.5$	
$\omega = 1$	
$\omega = 1.5$	