COGNOME [ ] NOME [ ] N. Matricola [ ]

Calcolo Numerico - III appello

1 settembre 2009

Esercizio 1

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-2	-1	1	3
y_i	-7	-3.9	2	8.1

i) calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;

ii) calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.

Esercizio 2

Data l'equazione

$$x^3 + 3x - 5 = 0$$

i) dimostrare che ha soluzione nell'intervallo (1,2).

ii) Studiare la convergenza dei seguenti metodi iterativi per approssimare la soluzione dell'equazione data:

a) $x_{k+1} = \dfrac{2x_k^3 + 5}{3x_k^2 + 3}$

b) $x_{k+1} = \dfrac{5 - x_k^3}{3}$

Esercizio 3

Si consideri il seguente metodo a più passi per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy:

$$u_{n+1} = u_{n-3} + \frac{4h}{3}[2f_n - f_{n-1} + 2f_{n-2}]\,.$$

i) Di quanti passi è?

ii) È zero stabile?

iii) È consistente?

Giustificare le risposte.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il seguente metodo iterativo per l'approssimazione della soluzione di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$:

$$\begin{array}{l} \mathbf{x}^{(0)} \text{ assegnato} \\ \mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \theta \left(\mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)}\right) \end{array}$$

dove θ è un numero reale. Usare un test d'arresto basato sul residuo.

La funzione deve:

- ricevere in ingresso la matrice A, il vettore termine noto $\mathbf{b}$, il parametro di rilassamento θ, la tolleranza `toll` e il numero massimo di iterazioni da fare `nitmax`, e restituire la soluzione approssimata `x` e il numero di iterazioni effettuate `nit`;
- prendere come valore iniziale $\mathbf{x}^{(0)}$ il vettore termine noto $\mathbf{b}$;
- fermare le iterazioni quando $\|\mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)}\| \leq \texttt{toll}\|\mathbf{b}\|$ oppure se il numero di iterazioni affettuate `nit` raggiunge il numero massimo di iterazioni `nitmax`.