COGNOME ____ NOME ____ N. Matricola ____

# Calcolo Numerico (40127 - 5 CFU) - V appello

5 febbraio 2010

## Esercizio 1

Dato il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 \\ -1 & 3 & 2 \\ -1 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ -6 \\ -2 \end{bmatrix}$$

i) Studiare la convergenza del metodo di Gauss-Seidel.

ii) Partendo da $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

## Esercizio 2

i) Dimostrare che l'equazione
$$\sin\left(\frac{\pi}{2}x\right) = (1-x)^3$$
ha una soluzione $\alpha$ nell'intervallo $[0, 1]$.

ii) Usando il metodo di Newton, approssimare $\alpha$ con errore minore di $10^{-2}$.

## Esercizio 3

Usando il metodo dei trapezi oppure il metodo di Cavalieri-Simpson approssimare

$$\int_2^3 \exp\left(1 - \frac{x^2}{2}\right)\, dx$$

con errore minore di $10^{-2}$.
(Dimostrare che il numero di sottointervalli usato garantisce effettivamente un errore minore di $10^{-2}$.)

# Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Crank-Nicolson per l'approssimazione della soluzione di problemi di Cauchy della forma

$$\begin{cases} y'(t) = g(t)y(t) \quad t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

dove $g(t)$ è una funzione nota.
La funzione di Matlab deve:

- ricevere in ingresso la funzione $g$, l'istante iniziale $t_0$, il valore iniziale $y_0$, l'ampiezza dell'intervallo temporale $T$ e il numero di sottointervalli da considerare $N$;
- restituire due vettori: un vettore $t$ che contiene i tempi dove si approssima la soluzione e un vettore $u$ coi valori della soluzione approssimata.