COGNOME ____________ NOME ____________ N. Matricola ____________

Calcolo Numerico - I prova intermedia - A

8 aprile 2009

Esercizio 1

Usando il metodo di eliminazione di Gauss con pivotazione parziale per righe risolvere il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & 1 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \\ 4 & -3 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -9 \\ 8 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 2 \\ -2 & 4 & -1 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix}$$

i) studiare la convergenza del metodo iterativo di Gauss-Seidel.

ii) Si consideri il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \\ 4 \end{bmatrix};$$

partendo da $x^{(0)} = [0, 0, 1]^T$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$e^{x-3} = 4 - 2x$$

i) dimostrare che ha soluzione nell'intervallo (1,2).

ii) Usando il metodo di Newton, approssimare la soluzione con errore stimato minore di 10^{-2}.

iii) Studiare la convergenza del seguente metodo iterativo per approssimare la soluzione dell'equazione data:

$$x^{(k+1)} = \frac{1}{2}\left(4 - e^{x^{(k)}-3}\right)$$

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-2	0	1	2
y_i	-5.1	1	1.2	2.7

i) calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;

ii) calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.

COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico - I prova intermedia - B

8 aprile 2009

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ -1 & -3 & 1 \\ 3 & 1 & 5 \end{bmatrix}$$

i) verificare (senza fare la fattorizzazione) che esiste la fattorizzazione LU.

ii) Calcolare la fattorizzazione LU della matrice A.

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & 1 \\ -2 & 4 & -1 \\ 1 & -1 & 2 \end{bmatrix}$$

i) studiare la convergenza del metodo iterativo di Gauss-Seidel.

ii) Si consideri il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{bmatrix};$$

partendo da $x^{(0)} = [0, 0, 1]^T$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$3 - 2x = \log(x + \frac{1}{2})$$

i) dimostrare che ha soluzione nell'intervallo (1,2).

ii) Usando il metodo di Newton, approssimare la soluzione con errore stimato minore di 10^{-2}.

iii) Studiare la convergenza del seguente metodo iterativo per approssimare la soluzione dell'equazione data:

$$x^{(k+1)} = \frac{1}{2}\left(3 - \log(x^{(k)} + \frac{1}{2})\right)$$

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-1	0	2	3
y_i	-2.9	1	2.7	4.9

i) calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;

ii) calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.

COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico - I prova intermedia - C

8 aprile 2009

Esercizio 1

Usando il metodo di eliminazione di Gauss con pivotazione parziale per righe risolvere il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & -2 \\ 3 & 2 & 4 \\ 2 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -8 \\ 9 \\ 9 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 5 & 3 & -3 \\ 3 & 4 & -1 \\ -3 & -1 & 4 \end{bmatrix}$$

i) studiare la convergenza del metodo iterativo di Gauss-Seidel.

ii) Si consideri il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ 6 \\ 0 \end{bmatrix};$$

partendo da $x^{(0)} = [0, 1, 0]^T$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$e^{x-2} = 5 - 3x$$

i) dimostrare che ha soluzione nell'intervallo (1,2).

ii) Usando il metodo di Newton, approssimare la soluzione con errore stimato minore di 10^{-2}.

iii) Studiare la convergenza del seguente metodo iterativo per approssimare la soluzione dell'equazione data:

$$x^{(k+1)} = \frac{1}{3}\left(5 - e^{x^{(k)}-2}\right)$$

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-2	-1	0	2
y_i	-5.1	-2.9	1	2.7

i) calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;

ii) calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.

COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico - I prova intermedia - D

8 aprile 2009

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & -5 & 1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

i) verificare (senza fare la fattorizzazione) che esiste la fattorizzazione LU.

ii) Calcolare la fattorizzazione LU della matrice A.

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -2 & -1 \\ -2 & 3 & 1 \\ -1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

i) studiare la convergenza del metodo iterativo di Gauss-Seidel.

ii) Si consideri il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \\ 3 \end{bmatrix};$$

partendo da $x^{(0)} = [0, 0, 1]^T$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$3 - \frac{3}{2}x = \log(x+1)$$

i) dimostrare che ha soluzione nell'intervallo (1,2).

ii) Usando il metodo di Newton, approssimare la soluzione con errore stimato minore di 10^{-2}.

iii) Studiare la convergenza del seguente metodo iterativo per approssimare la soluzione dell'equazione data:

$$x^{(k+1)} = \frac{2}{3}\left(3 - \log(x^{(k)}+1)\right)$$

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-3	-1	0	1
y_i	-6.8	-2.9	1	1.2

i) calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;

ii) calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.