

COGNOME

NOME

N. Matricola

Calcolo Numerico (40127 - 5 CFU) - IV appello
18 gennaio 2010

Esercizio 1

i) Calcolare la fattorizzazione LU della matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 & 0 & 0 \\ -4 & 7 & 2 & 0 \\ 0 & 3 & 4 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & 0 \end{bmatrix}$$

ii) Usando la fattorizzazione LU di A risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -1 \\ 3 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

- i) Dimostrare che l'equazione

$$\log x = \frac{1}{1+x^2}$$

ha una soluzione α nell'intervallo $[1, 2]$.

- ii) Usando il metodo di Newton, approssimare α con errore minore di 10^{-2} .

- ii) Studiare la convergenza del seguente metodo di punto fisso per approssimare α :

$$x_{k+1} = \exp\left(\frac{1}{1+x_k^2}\right)$$

Esercizio 3

Approssimare la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y' = \frac{1}{ty} & t \in [1, 2] \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

usando il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 0.5$.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Gauss a due punti composto con N sottointervalli:

$$\int_a^b f(x) dx = \sum_{i=1}^N \int_{x_{i-1}}^{x_i} f(x) dx \approx \frac{H}{2} \sum_{i=1}^N \left[f \left(x_{i-1} + H \frac{\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}} \right) + f \left(x_{i-1} + H \frac{\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}} \right) \right]$$

dove $H = (b - a)/N$ e $x_i = a + iH$ per $i = 0, \dots, N$.

La funzione deve ricevere in ingresso la funzione f , gli estremi dell'intervallo di integrazione, a e b , e il numero di sottointervalli N . Deve restituire l'integrale approssimato `Iapp`.