

# Calcolo Numerico - 6 CFU

## Docenti:

- ▶ **Ana Alonso** alonso@science.unitn.it  
Dip. Matematica  
Orario di ricevimento: martedì 8:30 - 10:30
- ▶ **Michael Dumbser** michael.dumbser@ing.unitn.it  
Dip. Ingegneria Civile e Ambientale

## Orario:

- ▶ **Lezioni in aula**  
Mercoledì 10:30 - 11:30 Aula T1B  
Giovedì 13:30 - 15:30 Aula T1B
- ▶ **Lezioni in laboratorio**  
Gruppo A-L: Martedì 13:30 - 15:30 Aula A1  
Gruppo M-Z: Giovedì 08:30 - 10:30 Aula A1

# Programma

- Introduzione al calcolo scientifico.
- Equazioni non lineari.
- Approssimazione di funzioni e di dati.
- Sistemi lineari.
- Integrazione numerica.
- Equazioni differenziali ordinarie.

## Qualche testo di riferimento

- ▶ [A. Quarteroni e F. Saleri](#) Introduzione al Calcolo Scientifico. Springer Verlag, 2006.
- ▶ [R.L. Burden e J.D. Faires](#) Numerical Analysis. Brooks/Cole Publishing Company, USA, 1997.
- ▶ [V. Comincioli](#) Analisi numerica. Metodi, modelli, applicazioni. McGraw-Hill, 1995.
- ▶ ...

# Modalità di esame

Prova scritta e prova orale al calcolatore.

- ▶ Lo scritto consiste in tre esercizi da svolgere usando la calcolatrice e un esercizio di Matlab. Si possono portare libri ed appunti.
- ▶ Nell'orale si prova al calcolatore l'esercizio di Matlab fatto nello scritto e se ne discutono alcuni aspetti teorici.
- ▶ Per essere ammessi all'orale bisogna superare la prova scritta.
- ▶ Se non si supera la prova orale bisogna rifare lo scritto.
- ▶ Lo scritto rimane valido per tutto l'anno accademico.

Ci saranno anche due prove intermedie con modalità simile alla prova scritta. Chi le supera entrambe non deve fare lo scritto. Date provvisorie: giovedì 29 ottobre e mercoledì 23 dicembre.

# Matlab

- ▶ Calcolatrice.

$$3 + 4 \quad 2(3 + 1) \quad \sqrt{9} \quad \sqrt{-1} \quad \cos\left(\frac{\pi}{4}\right) \quad e^2$$

- ▶ Variabili

$$a = 3 \quad b = 4 \quad c = a + b$$

- ▶ who, whos
- ▶ MATrixLABoratory

Un numero è una matrice  $1 \times 1$ .

```
A=[1 2 3; -1 -1 -1]
```

```
b=[1;2]
```

```
c=[0, -1, 2]
```

```
AA=[5 4 3 2 1; 1 0 1 0 1; 1 2 3 -1 -1; 6 -7 -4 3 -2]
```

- ▶ Linguaggio di programmazione

- ▶ Cicli

- ```
>> n=7, a=1
```

- ```
>> for i=1:n, a=a*i; end
```

- ```
>> a
```

- ▶ Condizionali

- ```
>> if x>0, fx=x, else, fx=0, end
```

# I numeri reali

- ▶ È **impossibile** rappresentare su una macchina (finita) gli infiniti numeri reali.
- ▶ Al calcolatore si usa un **sottoinsieme finito**: l'insieme dei numeri *floating-point* o numeri macchina.
- ▶ Ogni numero reale  $x$  viene rappresentato da un numero macchina  $fl(x)$  che non coincide necessariamente con  $x$ .

# I numeri reali

Tutti i numeri reali si possono scrivere nella forma

$$x = (-1)^s \cdot 0.a_1a_2a_3a_4 \dots \cdot 10^e$$

dove  $a_1 \neq 0$ ,  $s$  vale 0 o 1 ed  $e$  è un numero intero.

Esempi:

$$\pi = 3.14159265358979 \dots = (-1)^0 \cdot 0.314159265358979 \dots \cdot 10^1;$$

$$-\frac{100}{3} = -33.333333 \dots = (-1)^1 \cdot 0.33333333 \dots \cdot 10^2;$$

$$\frac{4}{625} = 0.0064 = (-1)^0 \cdot 0.64 \cdot 10^{-2}.$$

# I numeri macchina

Pensiamo di avere a disposizione posto per 5 cifre decimale ed esponenti e compresi fra -9 e 9.

$$fl(\pi) = 0.31415 \cdot 10^1 \neq \pi \quad \text{oppure} \quad fl(\pi) = 0.31416 \cdot 10^1 \neq \pi$$

$$fl\left(-\frac{100}{3}\right) = (-1)^1 \cdot 0.33333 \cdot 10^2 \neq -\frac{100}{3};$$

$$fl\left(\frac{4}{625}\right) = 0.64000 \cdot 10^{-2} = \frac{4}{625}.$$

$$fl(10^{11}) = ? \quad fl(10^{-20}) = 0.$$

$$x_{max} = 0.99999 \cdot 10^9 \quad x_{min} = 0.10000 \cdot 10^{-9}$$

# I numeri macchina

Non sono equispaziati

$$0.12345 \cdot 10^7 - 0.12346 \cdot 10^7 = 0.00001 \cdot 10^7 = 10^2$$

$$0.12345 \cdot 10^{-7} - 0.12346 \cdot 10^{-7} = 0.00001 \cdot 10^{-7} = 10^{-12}$$

Siccome  $x$  si trova fra due numeri macchina consecutivi

- ▶ se  $x$  è grande  $|x - fl(x)|$  può essere grande
- ▶ se  $x$  è piccolo  $|x - fl(x)|$  è piccolo

Se

$$x = 0.a_1a_2a_3a_4a_5a_6 \dots \cdot 10^e$$

$$fl(x) = 0.a_1a_2a_3a_4\hat{a}_5 \cdot 10^e$$

$$\frac{|x - fl(x)|}{|x|} \leq \frac{1}{2} \frac{0.00001 \cdot 10^e}{0.10000 \cdot 10^e} = \frac{1}{2} \frac{10^{-5}}{10^{-1}} = \frac{1}{2} 10^{1-5}$$

# I numeri reali in Matlab

## Matlab

- ▶ lavora in base 2 (e non in base 10);
- ▶ usa 53 cifre significative (e non 5);
- ▶ l'esponente massimo è 1024 (e non 9);
- ▶ l'esponente minimo è -1021 (e non -9).

>> `realmax` (più grande numero macchina)

>> `realmin` (più piccolo numero macchina positivo diverso da zero)

>> `eps` (distanza fra 1 e il sucesivo numero macchina)

Quello che *si vede* è uno dei possibili formati di output.

Il comando `format long` ci fa vedere 15 cifre significative in base 10.

# Aritmetica dei numeri macchina

```
>> a=1  
>> b=1.e-15  
>> ((a+b)-a)/b
```

```
>> a=1  
>> b=1  
>> while a+b~=a, b=b/2, end
```

# Aritmetica dei numeri macchina

```
>> a=1, b=2/3*eps;
```

```
>> ((a+b)-a)/b
```

$$\text{fl}(1 + \frac{2}{3}\text{eps}) = 1 + \text{eps}$$

$$\text{fl}(a+b) - a = \text{eps}$$

$$(\text{fl}(a+b) - a) / b = 3/2$$