

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico - I prova intermedia - A
29 ottobre 2009

Esercizio 1

Usando il metodo di eliminazione di Gauss con pivotazione parziale per righe risolvere il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} -1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & -1 & 2 \\ 1 & -3 & -1 & 2 \\ -1 & 3 & -1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 4 \\ -3 \\ 12 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 7 \end{bmatrix}$$

i) studiare la convergenza del metodo iterativo di Gauss-Seidel.

ii) Si consideri il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ 4 \\ -11 \end{bmatrix};$$

scrivere il metodo di Gauss-Seidel e, partendo da $x^{(0)} = [1, 0, 0]^T$, fare una iterazione di questo metodo.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$x^4 + 3x^3 - 8 = 0$$

- i) dimostrare che ha una soluzione α nell'intervallo $(1,2)$.
- ii) Usando il metodo di bisezione approssimare α con errore minore di 0.25.
- iii) Usando il metodo di Newton, approssimare α con errore stimato minore di 10^{-3} .
- iv) Studiare la convergenza del seguente metodo iterativo per approssimare α :

$$x^{(k+1)} = \left(\frac{8}{x^{(k)} + 3} \right)^{1/3}$$

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-3	-1	0	2
y_i	-0.48	-0.12	0.12	0.46

- i) Calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati.
- ii) Calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.
- iii) Calcolare il valore in $x = 1$ della funzione di interpolazione composita lineare a tratti.

COGNOME

NOME

N. Matricola

Calcolo Numerico - I prova intermedia - B
29 ottobre 2009

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & -2 \\ -1 & 4 & -3 \\ -2 & -3 & 15 \end{bmatrix}$$

- i) Calcolare la fattorizzazione LU di A .
- ii) Usando la fattorizzazione LU di A risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -14 \\ 15 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 0 \\ 2 & 5 & -1 \\ 0 & 4 & -7 \end{bmatrix}$$

i) studiare la convergenza del metodo iterativo di Jacobi.

ii) Si consideri il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} -7 \\ 3 \\ 1 \end{bmatrix};$$

scrivere il metodo di Jacobi e, partendo da $x^{(0)} = [1, 1, 0]^T$, fare una iterazione di questo metodo.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$x^4 + 2x^3 - 8 = 0$$

- i) dimostrare che ha una soluzione α nell'intervallo $(1,2)$.
- ii) Usando il metodo di bisezione approssimare α con errore minore di 0.25.
- iii) Usando il metodo di Newton, approssimare α con errore stimato minore di 10^{-2} .
- iv) Studiare la convergenza del seguente metodo iterativo per approssimare α :

$$x^{(k+1)} = \left(\frac{8}{x^{(k)} + 2} \right)^{1/3}$$

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-3	-2	0	1
y_i	-0.48	-0.32	0.09	0.32

- i) Calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati.
- ii) Calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.
- iii) Calcolare il valore in $x = -1$ della funzione di interpolazione composita lineare a tratti.

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico - I prova intermedia - C
29 ottobre 2009

Esercizio 1

Usando il metodo di eliminazione di Gauss con pivotazione parziale per righe risolvere il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} -1 & 2 & 2 & 1 \\ 3 & -3 & 1 & 3 \\ 1 & -2 & -2 & 3 \\ -1 & 2 & -1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 2 \\ 2 \\ -6 \\ -5 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -2 \\ 1 & -2 & 8 \end{bmatrix}$$

- i) studiare la convergenza del metodo iterativo di Gauss-Seidel.
- ii) Si consideri il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ -12 \\ 13 \end{bmatrix};$$

scrivere il metodo di Gauss-Seidel e, partendo da $x^{(0)} = [1, 1, 1]^T$, fare una iterazione di questo metodo.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$x^4 + 3x^3 - 27 = 0$$

- i) dimostrare che ha una soluzione α nell'intervallo $(1,2)$.
- ii) Usando il metodo di bisezione approssimare α con errore minore di 0.25.
- ii) Usando il metodo di Newton, approssimare α con errore stimato minore di 10^{-3} .
- iii) Studiare la convergenza del seguente metodo iterativo per approssimare α :

$$x^{(k+1)} = \left(\frac{27}{x^{(k)} + 3} \right)^{1/3}$$

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-2	-1	1	3
y_i	-0.32	-0.12	0.32	0.66

- i) Calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati.
- ii) Calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.
- iii) Calcolare il valore in $x = 0$ della funzione di interpolazione composita lineare a tratti.

COGNOME

NOME

N. Matricola

Calcolo Numerico - I prova intermedia - D
29 ottobre 2009

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -2 & 1 \\ -2 & 5 & -1 \\ 1 & -1 & 6 \end{bmatrix}$$

- i) Calcolare la fattorizzazione LU di A .
- ii) Usando la fattorizzazione LU di A risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 5 \\ -9 \\ 14 \end{bmatrix}$$

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & 0 & -3 \\ 0 & 5 & -1 \\ 3 & -4 & 6 \end{bmatrix}$$

- i) studiare la convergenza del metodo iterativo di Jacobi.
- ii) Si consideri il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 12 \\ 7 \\ -7 \end{bmatrix};$$

scrivere il metodo di Jacobi e, partendo da $x^{(0)} = [0, 1, 1]^T$, fare una iterazione di questo metodo.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$x^4 + 4x^3 - 8 = 0$$

- i) dimostrare che ha una soluzione α nell'intervallo $(1,2)$.
- ii) Usando il metodo di bisezione approssimare α con errore minore di 0.25.
- iii) Usando il metodo di Newton, approssimare α con errore stimato minore di 10^{-2} .
- iv) Studiare la convergenza del seguente metodo iterativo per approssimare α :

$$x^{(k+1)} = \left(\frac{8}{x^{(k)} + 4} \right)^{1/3}$$

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-2	0	1	3
y_i	-0.28	0.08	0.32	0.66

- i) Calcolare la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati.
- ii) Calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.
- iii) Calcolare il valore in $x = -1$ della funzione di interpolazione composta lineare a tratti.