

Esercizi

1. Scrivere una funzione di Matlab per approssimare

$$\int_a^b \exp(-x^2) dx$$

usando la formula dei trapezi con N sottointervalli:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{H}{2} \left[f(x_0) + 2 \sum_{i=1}^{N-1} f(x_i) + f(x_N) \right]$$

dove $H = (b - a)/N$ e $x_i = a + iH$ per $i = 0, \dots, N$.

2. Scrivere una funzione di Matlab per approssimare

$$\int_a^b f(x) dx$$

usando la formula dei trapezi con N sottointervalli.

Trapezi

```
function sol=trapezi(fun,a,b,N)
h=(b-a)/N;
x=[a:h:b];
fx=feval(fun,x);
sol=h*(fx(1)/2+sum(fx(2:N))+fx(N+1)/2);
return
```

Altre formule di quadratura composite

- ▶ Formula del punto medio con N sottointervalli:

$$\int_a^b f(x) dx \approx H \sum_{i=1}^N f\left(\frac{x_{i-1} + x_i}{2}\right).$$

- ▶ Formula di Cavalieri-Simpson con N sottointervalli:

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{H}{6} \sum_{i=1}^N \left[f(x_{i-1}) + 4f\left(\frac{x_{i-1} + x_i}{2}\right) + f(x_i) \right].$$

$$H = (b - a)/N, \quad x_i = a + iH, \quad i = 0, 1, \dots, N.$$

Esercizio

Scrivere una funzione di Matlab per approssimare

$$\int_a^b f(x) dx$$

usando

- ▶ la formula del punto medio con N sottointervalli;
- ▶ la formula di Cavalieri-Simpson con N sottointervalli.

Punto medio e Simpson

```
function risultato=PM(f,a,b,N)
H=(b-a)/N;
x=[a+H/2:H:b-H/2];
fx=feval(f,x);
risultato=H*sum(fx);
```

```
function sol=simpson(fun,a,b,N)
h=(b-a)/N;
x=[a:h/2:b];
fx=feval(fun,x);
sol=h/6*(fx(1)+4*sum(fx(2:2:end-1))+2*sum(fx(3:2:end-2))+fx(end));
return
```

Il comando quad

```
>> Q = quad(FUN,A,B)
```

“Tries to approximate the integral of scalar-valued function FUN from A to B to within an error of 1.e-6 using recursive adaptive Simpson quadrature. FUN is a function handle. The function Y=FUN(X) should accept a vector argument X and return a vector result Y, the integrand evaluated at each element of X.”

Esercizi

1. Scrivere una funzione di Matlab per approssimare

$$\int_a^b f(x) dx$$

con errore stimato minore di `toll` usando la formula di Simpson.

```
function [sol,N,flag]=simpsonToll(fun,a,b,toll)
N=1;
solold=simpson(fun,a,b,N);
flag=1;
for k=1:100
    N=2*N;
    sol=simpson(fun,a,b,N);
    err=abs(sol-solold)/15;
    if err < toll, flag=0; return, end
    solold=sol;
end
```

Esercizi

2. Scrivere una funzione di Matlab che data una funzione f , un intervallo $[a, b]$ e un numero naturale N calcoli:
- ▶ il polinomio P_N che interpola f nei $N + 1$ nodi di Chebyshev dell'intervallo $[a, b]$;
 - ▶ l'integrale fra a e b di P_N .

```
function [P,integrale]=quadcheb(f,a,b,N)
xch=-cos(pi*[0:N]/N);
xch=(a+b)/2+(b-a)/2*xch;
fxch=feval(f,xch);
P=polyfit(xch,fxch,N);
Q=polyint(P);
integrale=polyval(Q,b)-polyval(Q,a);
```