COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico (Ing. Civile) - Secondo appello a.a. 2010-2011

2 febbraio 2011

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

i) verificare che esiste la fattorizzazione LU di A;

ii) Usando l'algoritmo di Thomas calcolare la fattorizzazione LU di A e risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-1	0	1	2	3
y_i	0.7	0.5	0.5	0.3	0

calcolare

i) la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;

ii) il polinomio interpolatore di Lagrange;

iii) il valore della funzione di interpolazione composita lineare a tratti nel punto $x = 1.2$.

Esercizio 3

Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2t+1}{y+1} & t \in [0,1] \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

approssimare $y(1)$ usando

i) il metodo de Eulero con passo $h = 1/3$;

ii) il metodo di Taylor di ordine 2 con passo $h = 1/2$.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo della bisezione per approssimare la soluzione dell'equazione non lineare

$$f(\alpha) = 0\,.$$

Sia $f : [a, b] \to \mathbb{R}$ continua tale che $f(a)\,f(b) < 0$. La funzione di Matlab deve ricevere in ingresso f e gli estremi dell'intervallo a e b, e restituire una soluzione approssimata c tale che $|c - \alpha| < 10^{-6}$.

COGNOME ____________ NOME ____________ N. Matricola ____________

Calcolo Numerico (Ing. Industriale) - Quinto appello a.a. 2009-2010

2 febbraio 2011

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & 0 & 0 \\ -2 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

i) verificare che esiste la fattorizzazione LU di A;

ii) Usando l'algoritmo di Thomas calcolare la fattorizzazione LU di A e risolvere il sistema lineare

$$A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 3 \\ -6 \\ 1 \\ -4 \end{bmatrix}.$$

Esercizio 2

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-1	0	1	2	3
y_i	0.7	0.5	0.5	0.3	0

calcolare

i) la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;

ii) il polinomio interpolatore di Lagrange;

iii) il valore della funzione di interpolazione composita lineare a tratti nel punto $x = 1.2$.

Esercizio 3

Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{2t+1}{y+1} & t \in [0,1] \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

approssimare $y(1)$ usando

i) il metodo de Eulero con passo $h = 1/3$;

ii) il metodo di Taylor di ordine 2 con passo $h = 1/2$.

Esercizio 4

Risolvere l'equazione alle derivate ordinarie

$$y' = f(y,t) = (y+a)(t+b), \qquad t \in [0,T] \tag{1}$$

con la condizione iniziale

$$y(0) = y_0 \tag{2}$$

usando il metodo di Runge-Kutta

$$\begin{aligned} k_1 &= f(y^n, t^n), \\ k_2 &= f(y^n + \tfrac{1}{2}\Delta t\, k_1, t^n + \tfrac{1}{2}\Delta t), \\ k_3 &= f(y^n - \Delta t\, k_1 + 2\Delta t\, k_2, t^n + \Delta t), \end{aligned}$$

$$y^{n+1} = y^n + \frac{1}{6}\Delta t(k_1 + 4k_2 + k_3). \tag{3}$$

1. Scrivere una funzione MATLAB **f.m** che implementi la funzione $f(y,t)$ dell'equazione (1).

2. Scrivere uno script di MATLAB **RK.m** che risolva il problema (1), (2) con il metodo di Runge-Kutta definito in (3). In questo esercizio i valori per a, b, y_0 e T vengono fissati all'inizio del programma: $a = 3$, $b = 2$, $y_0 = 1$, $T = 2$ ma l'algoritmo implementato deve funzionare anche per valori generali di a, b, y_0 e T.