

COGNOME

NOME

N. Matricola

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Quinto appello a.a. 2010–2011  
2 settembre 2011

### Esercizio 1

i) Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -2 & 0 \\ -2 & 2 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi e di Gauss-Sidel.

ii) Si consideri il seguente metodo iterativo per l'approssimazione della soluzione del sistema lineare  $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$

$\mathbf{x}^{(0)}$  assegnato

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \frac{1}{2}D^{-1}(\mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)})$$

dove  $D$  è la matrice diagonale con la stessa diagonale della matrice  $A$ .

Per la matrice  $A$  data nella parte (i) scrivere la matrice d'iterazione e studiare la convergenza di questo metodo iterativo.

## Esercizio 2

Usando il metodo di Newton approssimare la maggiore delle soluzioni dell'equazione non lineare

$$\exp(10x^3 - 15x^2 + 1) = 1$$

con errore stimato minore di  $10^{-2}$ .

### Esercizio 3

Per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{t^2 + t + 1}{y} & t \geq 0 \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- i) scrivere il metodo di Taylor di ordine 2;
- ii) approssimare  $y(1)$  usando il metodo di Crank-Nicolson con passo  $h = 0.5$ .

#### Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che approssimi

$$\int_a^b f(x) dx$$

usando il metodo dei trapezi con  $2N$  sottointervalli e dia una stima dell'errore.

COGNOME  NOME  N. Matricola

Calcolo Numerico [40127] (5 crediti) - 2 settembre 2011

**Esercizio 1**

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 2 & 8 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

- i) calcolare la fattorizzazione  $LU$  di  $A$ ;
- ii) risolvere il sistema lineare  $A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 1 \\ -3 \\ 3 \end{bmatrix}$  usando il metodo di eliminazione di Gauss con pivotazione parziale per righe;
- iii) calcolare la fattorizzazione di Cholesky di  $A$ .

## Esercizio 2

Usando il metodo di Newton approssimare la maggiore delle soluzioni dell'equazione non lineare

$$\exp(x^3 - 3x + 3/2) = 1$$

con errore stimato minore di  $10^{-3}$ .

### Esercizio 3

Dato l'integrale

$$I = \int_0^1 \sin(x^2 + 1) dx$$

- i) stimare il numero di sottointervalli necessari affinché l'errore dell'integrale approssimato con il metodo dei trapezi sia minore di  $10^{-2}$ ;
- ii) approssimare  $I$  usando il metodo dei trapezi con 6 sottointervalli e dare una stima a posteriori dell'errore.

#### Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Taylor di ordine 2 per approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = \frac{t^2 + t + 1}{y} & t \in [0, 1] \\ y(0) = 1. \end{cases}$$