

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico [140060] e [40127] - Terzo appello a.a. 2011–2012
18 giugno 2012

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix}.$$

- i) Verificare l'esistenza della fattorizzazione LU e di quella di Cholesky di A .
- ii) Calcolare la fattorizzazione LU di A .
- iii) Calcolare la fattorizzazione di Cholesky di A .

Esercizio 2

Si consideri il seguente metodo iterativo per l'approssimazione della soluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$

$\mathbf{x}^{(0)}$ assegnato

per $k \geq 0$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \frac{1}{5}D^{-1}(\mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)})$$

essendo D la matrice diagonale con la stessa diagonale della matrice A .

Per il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & -2 \\ 0 & -2 & 4 \end{bmatrix} \mathbf{x} = \begin{bmatrix} 2 \\ -1 \\ 2 \end{bmatrix}$$

- i) scrivere la matrice d'iterazione del metodo;
- ii) studiare la convergenza del metodo iterativo.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$2x = e^{1-x^2}$$

- i) dimostrare che ha una unica soluzione α nell'intervallo $[0, 1]$;
- ii) usando il metodo di bisezione approssimare α con errore minore di 0.25;
- ii) usando il metodo di Newton approssimare α con errore stimato minore di 0.001.

Esercizio 4

Stimare a priori il numero di sottointervalli necessari per approssimare

$$\int_0^2 \frac{1}{x+3} dx$$

con errore minore di 10^{-4} usando

- i) il metodo dei trapezi;
- ii) il metodo di Simpson.

Esercizio 5

Per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \frac{1}{y(t)}(t^2 + t + 1) & t \in [0, 1] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

- i) scrivere il metodo di Taylor di ordine 2;
- ii) scrivere il metodo di Taylor di ordine 3;
- iii) approssimare $y(1)$ usando il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 0.5$.

Esercizio 6

Scrivere uno script di Matlab che

- i) disegni il grafico della funzione $f(x) = \frac{\sin(\pi x)}{1+x}$ nell'intervallo $[0, 2]$;
- ii) approssimi $\int_0^2 f(x) dx$;
- iii) disegni il grafico del polinomio $\Pi_8(x)$ che interpola f in 9 punti equispaziati dell'intervallo $[0, 2]$;
- iv) calcoli $\int_0^2 \Pi_8(x) dx$.