COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Secondo appello a.a. 2011–2012

8 febbraio 2012

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ -1 & -2 & 3 \end{bmatrix}.$$

i) Calcolare la fattorizzazione di Cholesky di A.

ii) Usando la fattorizzazione di Cholesky di A risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 6 \\ -3 \\ 1 \end{bmatrix}$.

Esercizio 2

i) Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 3 \\ 0 & 2 & -1 \\ -1 & -1 & 5 \end{bmatrix}$$

studiare la convergenza del metodo iterativo di Gauss-Seidel.

ii) Si consideri il sistema lineare $A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 4 \\ 3 \\ 0 \end{bmatrix}$. Partendo da $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 3

Data l'equazione

$$e^x + x^2 - 3 = 0 \tag{1}$$

dimostrare che ha una unica soluzione nell'intervallo $[-2, -1]$.

Sia α la soluzione di (1) appartenente all'intervallo $[-2 - 1]$.

i) Usando il metodo di bisezione approssimare α con errore minore di 0.2.

ii) Usando il metodo di Newton approssimare α con errore stimato minore di 0.001.

Esercizio 4

Dat la funzione $f(x) = \frac{1}{x+1}$ calcolare il valore in $x = 0.5$ del polinomio che interpola f

i) nei punti $x_0 = 0$, $x_1 = 0.2$, $x_2 = 1$.

ii) nei tre punti di prima e in $x_3 = 0.6$.

Esercizio 5

Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (t+1)(y+1) & t \in [0,1] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

i) approssimare la soluzione in $t = 0.4$ usando il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 0.2$;

ii) scrivere il metodo di Taylor di ordine 2.

Esercizio 6

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il seguete metodo predictor corrector per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy della forma

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) & t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0 \,. \end{cases}$$

$$\begin{cases} \quad u^*_{i+1} = u_i + \frac{h}{2}(3f_i - f_{i-1}) & \\ \quad u_{i+1} = u_i + \frac{h}{12}(5f^*_{i+1} + 8f_i - f_{i-1}) & i = 1, \ldots, N-1 \\ u_0 = y_0 & \end{cases}$$

dove $h = T/N$, $t_i = t_0 + ih$, $f_i = f(t_i, u_i)$ e $f^*_{i+1} = f(t_{i+1}, u^*_{i+1})$ per $i = 0, 1, \ldots, N$. Usare il metodo di Eulero per calcolare u_1.

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico [40127] (5 crediti) - 8 febbraio 2012

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -3 & 1 & 2 \\ 4 & -1 & 5 \\ 1 & 1 & -2 \end{bmatrix}$$

i) Calcolare la fattorizzazione LU di A.

ii) Usando la fattorizzazione LU di A risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 9 \\ -5 \\ -7 \end{bmatrix}$.

Esercizio 2

Dato l'integrale

$$I = \int_2^3 \frac{1}{x^2 - x - 1}$$

i) approssimare I usando il metodo di Simpson con 2 sottointervalli e dare una stima a posteriori dell'errore.

ii) Approssimare I usando il metodo di Gauss a due punti.

Esercizio 3

Dato il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (t^3 + 1)y \quad t \in [0, 1] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

i) approssimare la soluzione in $t = 0.4$ usando il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 0.2$;

ii) scrivere il metodo di Taylor di ordine 2.

Esercizio 4

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il seguete metodo predictor corrector per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy della forma

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) & t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0 \, . \end{cases}$$

$$\begin{cases} u_{i+1}^* = u_i + \frac{h}{12}(23f_i - 16f_{i-1} + 5f_{i-2}) & \\ & i = 2, \ldots, N-1 \\ u_{i+1} = u_i + \frac{h}{24}(9f_{i+1}^* + 19f_i - 5f_{i-1} + f_{i-2}) & \\ u_0 = y_0 & \end{cases}$$

dove $h = T/N$, $t_i = t_0 + ih$, $f_i = f(t_i, u_i)$ e $f_{i+1}^* = f(t_{i+1}, u_{i+1}^*)$ per $i = 0, 1, \ldots, N$. Usare il metodo di Heun per calcolare u_1 e u_2.