

COGNOME NOME N. Matricola

Calcolo Numerico [140060] e [40127] - Quarto appello a.a. 2011–2012
9 luglio 2012

Esercizio 1

Risolvere il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 1 & 3 & -2 & 1 \\ 2 & -1 & 4 & -2 \\ 1 & 1 & -1 & 5 \\ -3 & -3 & 2 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -5 \\ 9 \\ 3 \\ 3 \end{bmatrix}$$

usando il metodo di eliminazione di Gauss con pivotazione parziale per righe.

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} -3 & -1 & -1 \\ -1 & 4 & -2 \\ 1 & -2 & 5 \end{bmatrix}$$

studiare la convergenza dei metodi iterativi di Jacobi, di Gauss-Seidel e del seguente metodo iterativo per l'approssimazione della soluzione del sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$

$\mathbf{x}^{(0)}$ assegnato

per $k \geq 0$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \frac{1}{3}D^{-1}(\mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)})$$

essendo D la matrice diagonale con la stessa diagonale della matrice A .

Esercizio 3

Data l'equazione non lineare

$$4x^3 + 2x - 9 = 0$$

- i) dimostrare che ha una unica soluzione α nell'intervallo $[1, 2]$;
- ii) studiare la convergenza ad α del seguente metodo di punto fisso:

$x^{(0)}$ assegnato

$$x^{(k+1)} = \frac{1}{2} \left(9 - 4[x^{(k)}]^3 \right);$$

- iii) dimostrare che il metodo di punto fisso

$x^{(0)}$ assegnato

$$x^{(k+1)} = \frac{8[x^{(k)}]^3 + 9}{12[x^{(k)}]^2 + 2}$$

converge ad α (se si sceglie $x^{(0)}$ appropriatamente).

Esercizio 4

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-1	-0.4	0.2	0.8
y_i	0.23	0.45	0.44	0.57

calcolare

- i) la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati;
- ii) il polinomio interpolatore.

Per i dati contenuti nella tabella

x_i	-1	-0.4	0.2	0.2	0.8
y_i	0.23	0.45	0.44	0.48	0.57

calcolare

- i) la retta di migliore approssimazione nel senso dei minimi quadrati.
- ii) É possibile calcolare il polinomio interpolatore? Giustificare la risposta.

Esercizio 5

Per il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = (2y(t) + 1)(2t - 1) & t \in [1, 2] \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

approssimare $y(1.5)$ usando

- i) il metodo di Taylor di ordine 2,
- ii) il metodo di Crank-Nicolson,

con passo $h = 1/4$.

Esercizio 6

Scrivere una funzione di Matlab che implementi la forma composta della seguente formula di quadratura (formula di Cavalieri-Simpson con fattore 3/8):

$$\int_a^b f(x) dx \approx \frac{b-a}{8} \left[f(a) + 3f\left(a + \frac{b-a}{3}\right) + 3f\left(a + 2\frac{b-a}{3}\right) + f(b) \right] .$$

La funzione deve ricevere in ingresso la funzione integranda, f , gli estremi dell'intervallo d'integrazione, a e b e il numero di sottointervalli da usare, N . Deve restituire l'itintegrale approssimato, I_{app} .