COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Appello straordinario

4 novembre 2013

Esercizio 1

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & -1 & 0 & 2 \\ 0 & 1 & 3 & 2 \\ -1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

i) Calcolare la fattorizzazione LU di A;

ii) usare la fattorizzazione LU per risolvere il sistema lineare $A\mathbf{x} = \begin{bmatrix} 0 \\ -3 \\ -3 \\ 0 \end{bmatrix}$.

Esercizio 2

Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & -2 \\ -1 & 1 & 0 \\ -2 & 0 & 5 \end{bmatrix}$$

studiare la convergenza dei seguenti metodi iterativi per la risoluzione di sistemi lineari della forma $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$:

i) il metodo di Jacobi,

ii) il metodo di Gauss-Seidel,

iii)

$\mathbf{x}^{(0)}$ assegnato

per $k \geq 0$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \tfrac{3}{2} D^{-1}(\mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)})$$

essendo D la matrice diagonale con la stessa diagonale della matrice A.

Esercizio 3

Per i dati nella tabella

x	-3	-1	0	2	3
y	1	1.8	1.9	2.5	2.7

calcolare il polinomio interpolatore di Lagrange.
Sia $\Pi_1^c(x)$ la funzione lineare a tratti che interpola i dati nella tabella. Calcolare

i) il valore $\Pi_1^c(1)$;

ii) l'integrale $\int_{-3}^{3} \Pi_1^c(x)\, dx$.

Esercizio 4

Data l'equazione

$$\log x = 5 - x - x^2 \tag{1}$$

i) dimostrare che ha una unica soluzione;

ii) usando il metodo di bisezione approssimare la soluzione con errore minore di 0.2;

iii) usando il metodo di Newton approssimare la soluzione con errore stimato minore di 10^{-3};

iv) studiare la convergenza del seguente metodo di punto fisso per approssimare la soluzione

$$\begin{aligned}
&x^{(0)} \text{ assegnato} \\
&\text{Per } k \geq 0 \\
&\quad x^{(k+1)} = 5 - [x^{(k)}]^2 - \log x^{(k)} \,.
\end{aligned}$$

Esercizio 5

Approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = \dfrac{t\,y(t)}{t^2+1} & t \in [0,1] \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

usando

i) il metodo di Taylor di ordine 2 con passo $h = 1/2$;

ii) il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 1/2$.

Esercizio 6

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo di Milne per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = f(t, y) & t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0 \end{cases}$$

Metodo di Milne:

$u_0 = y_0$

u_1, u_2, u_3 calcolati con un metodo ad un passo

Per $n \geq 3$

$$u_{n+1} = u_{n-3} + \frac{4h}{3}[2f(t_n, u_n) - f(t_{n-1}, u_{n-1}) + 2f(t_{n-2}, u_{n-2})]$$