COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico [140060] Ing. Civile - Terzo appello a.a. 2012–2013

17 giugno 2013

Esercizio 1

i) Risolvere il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 5 \\ 2 \\ 7 \end{bmatrix}$$

usando il metodo di eliminazione di Gauss con pivotazione parziale per righe.

ii) Calcolare la fatorizzazione LU della matrice del sistema lineare precedente:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & -1 & 2 \\ -3 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & -1 \end{bmatrix} .$$

Esercizio 2

i) Data la matrice

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -1 & K \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix}$$

studiare la convergenza del metodo iterativo di Gauss-Seidel in funzione del parametro K.

ii) Si consideri il sistema lineare

$$\begin{bmatrix} 2 & -1 & 2 \\ 1 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 6 \\ 5 \\ 12 \end{bmatrix}.$$

Partendo da $\mathbf{x}^{(0)} = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$ fare due iterazioni del metodo di Gauss-Seidel.

Esercizio 3

Date le funzioni $f_1(x) = \frac{1}{2}e^{-x}$ e $f_2(x) = x^3 + 1$

i) dimostrare che i loro grafici se intersecano in un unico punto.

ii) Sia α la ascissa del punto di intersezione; approssimare α con errore stimato minore di 10^{-2}.

Esercizio 4

Approssimare $\int_1^2 xe^{-2x}\,dx$ con errore minore di 10^{-3}. Indicare il metodo usato e il numero di sottointervalli necessari per avere la precisione richiesta.

Esercizio 5

Approssimare la soluzione del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'(t) = -y(t)(2t-1) & t \in [1,2] \\ y(1) = 1 \end{cases}$$

usando il metodo di Crank-Nicolson con passo $h = 1/3$.

Esercizio 6

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il seguete metodo predictor corrector per l'approssimazione della soluzione di un problema di Cauchy della forma

$$\begin{cases} y'(t) = f(t, y(t)) \quad t \in [t_0, t_0 + T] \\ y(t_0) = y_0\,. \end{cases}$$

Metodo di Milne–Simpson

$$\begin{cases} \quad u^*_{i+1} = u_{i-3} + \frac{4h}{3}(2f_i - f_{i-1} + 2f_{i-2}) \\ \quad u_{i+1} = u_{i-1} + \frac{h}{3}(f^*_{i+1} + 4f_i + f_{i-1}) \\ u_0 = y_0 \end{cases} \qquad i = 3, \ldots, N-1$$

dove $h = T/N$, $t_i = t_0 + ih$, $f_i = f(t_i, u_i)$ e $f^*_{i+1} = f(t_{i+1}, u^*_{i+1})$ per $i = 0, 1, \ldots, N$. Usare il metodo Eulero per calcolare u_1, u_2 e u_3.