COGNOME | | NOME | | N. Matricola | |

Calcolo Numerico (Ing. Industriale) - Seconda prova intermedia

10 giugno 2010

Prova MATLAB

Risolvere l'equazione alle derivate ordinarie

$$\frac{dy}{dt} = f(y,t) = \exp(-y), \qquad t \in [0;10], \tag{1}$$

con la condizione iniziale al tempo $t = 0$

$$y(0) = y_0, \tag{2}$$

applicando il seguente metodo di Runge-Kutta a quattro passi:

$$\begin{aligned}
k_1 &= f(y^n, t^n), \\
k_2 &= f(y^n + \frac{1}{3}\Delta t k_1, t^n + \frac{1}{3}\Delta t), \\
k_3 &= f(y^n - \frac{1}{3}\Delta t k_1 + \Delta t k_2, t^n + \frac{2}{3}\Delta t), \\
k_4 &= f(y^n + \Delta t k_1 - \Delta t k_2 + \Delta t k_3, t^n + \Delta t), \\
y^{n+1} &= y^n + \frac{1}{8}\Delta t\,(k_1 + 3k_2 + 3k_3 + k_4)\,.
\end{aligned} \tag{3}$$

1. Scrivere una funzione MATLAB **func.m** che implementi la funzione $f(y,t)$ dell'equazione (1).
2. Scrivere una funzione MATLAB **RK.m** che risolva il problema (1),(2) con il metodo di Runge-Kutta definito in (3). La funzione riceve come argomenti in ingresso la condizione iniziale y_0, il tempo finale t_{end} e il passo temporale Δt. La funzione ristituisca come risultato $y(t_{end})$, quindi il valore della funzione y al tempo finale t_{end}.
3. La soluzione esatta del problema (1),(2) è:

   $$y(t) = \ln(t + \exp(y_0)). \tag{4}$$

   Scrivere una funzione MATLAB **exact.m** che implementi la soluzione esatta trovata nel punto precedente. La funzione riceve t e y_0 come argomenti e da $y(t)$ come risultato.