

Sistemi lineari

- ▶ Il comando di Matlab per risolvere sistemi lineari è il comando “\”.
- ▶ Se A è invertibile $A \setminus b$ da lo stesso risultato di $\text{inv}(A) * b$.
- ▶ Se la matrice è triangolare usa il metodo della sostituzione (in avanti o in dietro). Se no usa il metodo di eliminazione di Gauss.
- ▶ Vedi `help mldivide`.
- ▶ Per calcolare la fattorizzazione LU di una matrice A si usa
`>> [L,U,P]=lu(A)`

$$L * U = P * A$$

LU

```
for k = 1 : n - 1
    for i = k + 1 : n
         $m_{i,k} = a_{i,k}^{(k)} / a_{k,k}^{(k)}$ 
        for j = k + 1 : n
             $a_{i,j}^{(k+1)} = a_{i,j}^{(k)} - m_{i,k} a_{k,j}^{(k)}$ 
        end
    end
end
end
```

LU

$$L = \begin{bmatrix} 1 & & & & \\ m_{2,1} & 1 & & & \\ m_{3,1} & m_{3,2} & 1 & & \\ \dots & & & & \\ m_{n,1} & m_{n,2} & m_{n,3} & \dots & 1 \end{bmatrix}$$
$$U = \begin{bmatrix} a_{1,1}^{(1)} & a_{1,2}^{(1)} & a_{1,3}^{(1)} & \dots & a_{1,n}^{(1)} \\ 0 & a_{2,2}^{(2)} & a_{2,3}^{(2)} & \dots & a_{2,n}^{(2)} \\ 0 & 0 & a_{3,3}^{(3)} & \dots & a_{3,n}^{(3)} \\ \dots & & & & \\ & & & & a_{n,n}^{(n)} \end{bmatrix}$$

Metodi Iterativi

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

- ▶ Test d'arresto basato sull residuo $\mathbf{r}^{(k)} := \mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)}$

$$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)} = A(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)})$$

$$\mathbf{e}^{(k)} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)} = A^{-1}\mathbf{r}^{(k)} \quad \|\mathbf{e}^{(k)}\| \leq \|A^{-1}\| \|\mathbf{r}^{(k)}\|$$

$$\|\mathbf{b}\| \leq \|A\| \|\mathbf{x}\| \quad \|\mathbf{x}\| \geq \frac{\|\mathbf{b}\|}{\|A\|}$$

$$\frac{\|\mathbf{e}^{(k)}\|}{\|\mathbf{x}\|} \leq \|A\| \|A^{-1}\| \frac{\|\mathbf{r}^{(k)}\|}{\|\mathbf{b}\|}$$

Metodi Iterativi

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b} \quad \mathbf{x} = B\mathbf{x} + \mathbf{c} \quad \mathbf{x}^{(k+1)} = B\mathbf{x}^{(k)} + \mathbf{c}$$

- ▶ Test basato sull'incremento $\mathbf{inc}^{(k)} := \mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}$

$$\begin{aligned} \mathbf{e}^{(k)} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)} &= \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k+1)} + \mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)} \\ &= B(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}) + (\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}) \end{aligned}$$

$$\mathbf{e}^{(k)} = B\mathbf{e}^{(k)} + (\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}).$$

Se $\|B\| < 1$

$$\|\mathbf{e}^{(k)}\| = \frac{1}{1 - \|B\|} \|\mathbf{inc}^{(k)}\|$$

Esercizi

- ▶ Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo iterativo di Jacobi per l'approssimazione della soluzione di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Usare il test d'arresto basato sul residuo.
- ▶ Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo iterativo di Gauss-Seidel per l'approssimazione della soluzione di un sistema lineare $A\mathbf{x} = \mathbf{b}$. Usare il test d'arresto basato sull'incremento.

Operatori logici

$\&\&$ *and*, congiunzione

$\|\|$ *or*, unione

\sim *not*, negazione

$==$ *equal to*, uguaglianza

\neq *not equal to*, non uguaglianza

\geq *greater or equal to*, \geq

\leq *lower or equal to*, \leq

Cicli

Ciclo for: ripete le istruzioni presenti nel ciclo per tutti i valore dell'indice contenuti in un certo vettore riga.

```
N=7;
fatt=1;
for i=2:N
    fatt=fatt*i;
end
fatt
```

Ciclo while: ripete le istruzioni presenti nel ciclo fintanto che una certa espressione logica è vera.

```
N=7;
fatt=1;
cont=2;
while cont <= N
    fatt=fatt*cont;
    cont=cont+1;
end
fatt
```