

Gradiente coniugato

Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo del gradiente coniugato per la risoluzione di sistemi lineari con matrice simmetrica definita positiva.

$$\mathbf{x}^{(0)} \text{ assegnato } \mathbf{r}^{(0)} = \mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(0)} \quad \mathbf{d}^{(0)} = \mathbf{r}^{(0)}$$

Per $k \geq 0$

$$\alpha_k = \frac{\mathbf{d}^{(k)} \cdot \mathbf{r}^{(k)}}{(A\mathbf{d}^{(k)}) \cdot \mathbf{d}^{(k)}}$$

$$\mathbf{x}^{(k+1)} = \mathbf{x}^{(k)} + \alpha_k \mathbf{d}^{(k)}$$

$$\mathbf{r}^{(k+1)} = \mathbf{r}^{(k)} - \alpha_k A\mathbf{d}^{(k)}$$

$$\beta_k = -\frac{(A\mathbf{d}^{(k)}) \cdot \mathbf{r}^{(k+1)}}{(A\mathbf{d}^{(k)}) \cdot \mathbf{d}^{(k)}}$$

$$\mathbf{d}^{(k+1)} = \mathbf{r}^{(k+1)} + \beta_k \mathbf{d}^{(k)}$$

Gradiente coniugato

- ▶ La funzione deve ricevere in ingresso la matrice A , il vettore \mathbf{b} , il vettore iniziale $\mathbf{x}^{(0)}$, la tolleranza `tol1` e il numero massimo di iterazioni `nmax`.
- ▶ Deve restituire la soluzione \mathbf{x} e il numero di iterazioni effettuate `nit`.
- ▶ Usare un test d'arresto basato sul residuo: STOP se la norma di $\mathbf{r}^{(k)}$ è minore di `tol1` per la norma di \mathbf{b} .

Gradiente coniugato

Testare la funzione con

- ▶ $A = B' * B$ dove B è una matrice di dimensione 6 creata col comando `rand`.
- ▶ La matrice tridiagonale con diagonale 2 e elementi non diagonali -1.
- ▶ La matrice delle *differenze finite* che si costruisce in questo modo:

```
A=zeros(N^2);  
v=ones(N-1,1);  
M=4*eye(N)-diag(v,1)-diag(v,-1);  
for i=1:N  
    l=(i-1)*N+[1:N];  
    A(l,l)=M;  
end  
v=ones(N*(N-1),1);  
A=A-dia(v,N)-dia(v,-N);
```

- ▶ La matrice di elementi finiti data.

Matrici sparse in Matlab

```
>> M=sparse(A)
```

Crea in M una copia della matrice A col fomato di matrice sparsa.

```
>> spy(M)
```

Mostra dove si trovano gli elementi diversi da zero in M .