Metodi Iterativi

$$Ax = b$$
 $x = Bx + c$ $x^{(k+1)} = Bx^{(k)} + c$

► Test basato sull'incremento $inc^{(k)} := x^{(k+1)} - x^{(k)}$

$$\mathbf{e}^{(k)} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k+1)} + \mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}$$

$$= B(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)}) + (\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)})$$

$$\mathbf{e}^{(k)} = B\mathbf{e}^{(k)} + (\mathbf{x}^{(k+1)} - \mathbf{x}^{(k)}).$$

$$B\| < 1$$

Se ||B|| < 1

$$\|\mathbf{e}^{(k)}\| = \frac{1}{1 - \|B\|} \|\mathbf{inc}^{(k)}\|$$

Metodi Iterativi

$$A\mathbf{x} = \mathbf{b}$$

► Test d'arresto basato sull residuo $\mathbf{r}^{(k)} := \mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)}$

$$\mathbf{r}^{(k)} = \mathbf{b} - A\mathbf{x}^{(k)} = A(\mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)})$$

$$\mathbf{e}^{(k)} = \mathbf{x} - \mathbf{x}^{(k)} = A^{-1}\mathbf{r}^{(k)} \qquad \|\mathbf{e}^{(k)}\| \le \|A^{-1}\|\|\mathbf{r}^{(k)}\|$$

$$\|\mathbf{b}\| \le \|A\|\|\mathbf{x}\| \qquad \|\mathbf{x}\| \ge \frac{\|\mathbf{b}\|}{\|A\|}$$

$$\frac{\|\mathbf{e}^{(k)}\|}{\|\mathbf{x}\|} \le \|A\|\|A^{-1}\| \frac{\|\mathbf{r}^{(k)}\|}{\|\mathbf{b}\|}$$

Esercizi

- Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo iterativo di Jacobi per l'approssimazione della soluzione di un sistema lineare $A \mathbf{x} = \mathbf{b}$. Usare il test d'arresto basato sul residuo.
- Scrivere una funzione di Matlab che implementi il metodo iterativo di Gauss-Seidel per l'approssimazione della soluzione di un sistema lineare $A \mathbf{x} = \mathbf{b}$. Usare il test d'arresto basato sull'incremento.

Operatori logici

```
&& and, congiunzione | | or, unione \sim not, negazione == equal to , uguaglianza \sim= not equal to , non uguaglianza >= greater or equal to , \geq <= lower or equal to , \leq
```

Cicli

Ciclo for: ripete le istruzioni presenti nel ciclo per tutti i valore dell'indice contenuti in un certo vettore riga.

```
N=7;
fatt=1;
for i=2:N
    fatt=fatt*i;
end
fatt
```

Ciclo while: ripete le istruzioni presenti nel ciclo fintanto che una certa espressione logica è vera.

```
N=7;
fatt=1;
cont=2;
while cont <= N
    fatt=fatt*cont;
    cont=cont+1;
end
fatt</pre>
```