CALCOLO I	7 gennaio 2004

1. (6 punti)
Per ogni $\alpha > 0$ considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2\alpha y' + 4y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

(1) Trovate la soluzione del problema di Cauchy. (Dovete distinguere vari casi a seconda del valore di α).
(2) Disegnate il grafico della soluzione nel caso che $\alpha = 2$.

CALCOLO I	7 gennaio 2004

1. (6 punti)
Per ogni $\alpha > 0$ considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2\alpha y' + y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

(1) Trovate la soluzione del problema di Cauchy. (Dovete distinguere vari casi a seconda del valore di α).
(2) Disegnate il grafico della soluzione nel caso che $\alpha = 1$.

CALCOLO I	7 gennaio 2004

1. (6 punti)
Per ogni $\alpha > 0$ considerate il problema di Cauchy

$$\begin{cases} y'' + 2\alpha y' + 9y = 0 \\ y(0) = 1 \\ y'(0) = 1. \end{cases}$$

(1) Trovate la soluzione del problema di Cauchy. (Dovete distinguere vari casi a seconda del valore di α).
(2) Disegnate il grafico della soluzione nel caso che $\alpha = 3$.

CALCOLO I	7 gennaio 2004

2. (6 punti)
Si calcoli l'integrale

$$\int_{\pi/4}^{\pi/3} \frac{3\sin x - 2}{(\sin x - 1)\operatorname{tg} x}\, dx$$

CALCOLO I	7 gennaio 2004

2. (6 punti)
Si calcoli l'integrale

$$\int_0^{\pi/4} \frac{(2\cos x - 3)\operatorname{tg} x}{\cos x + 1}\, dx$$

2. (6 punti)
Si calcoli l'integrale

$$\int_{\pi/6}^{\pi/2} \frac{\sin x - 1}{(2\sin x + 1)\operatorname{tg} x}\, dx$$

CALCOLO I	7 gennaio 2004

3. (6 punti)
Si determinino tutti i valori di $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^k + 1}{x^{2k} + 2k}$$

è convergente.

CALCOLO I	7 gennaio 2004

3. (6 punti)
Si determinino tutti i valori di $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k}+1}{2|x|^k+k^2}$$

è convergente.

CALCOLO I	7 gennaio 2004

3. (6 punti)
Si determinino tutti i valori di $x \in \mathbf{R}$ per cui la serie

$$\sum_{k=1}^{\infty} \frac{x^{2k} + x^k}{k + 2k^2}$$

è convergente.