

<b>CALCOLO 1</b>		<b>4 gennaio 2005</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

• *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* -0.25.

1.  $\sum_{n=2}^{+\infty} 3^{-n} = \boxed{a} \frac{3}{2}; \boxed{b} \frac{4}{3}; \boxed{c} \frac{1}{6}; \boxed{d} \frac{1}{12}.$

2. Se  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

allora  $\boxed{a} \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty; \boxed{b} \lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty; \boxed{c} y(\pi/2) = 0; \boxed{d} y(1/2) = 0.$

3. Il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione  $f(t) = e^{-t^2}$  con centro in  $t_0 = 1$  è :  
 $\boxed{a} \frac{1}{e}(t-1)^2; \boxed{b} \frac{1}{e}(t-2)^2; \boxed{c} \frac{1}{e}(10t^2 - 16t + 7); \boxed{d} \frac{1}{e}(10t^2 - 5t + 3).$

4. Quali sono i valori del parametro  $\alpha$  per cui la serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1 + e^{-n}}{\sqrt{n^\alpha} + \log n}$  è convergente?  $\boxed{a}$  Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  $\boxed{b} \alpha > 1; \boxed{c} \alpha > 2; \boxed{d} \alpha > 0.$

5.  $\int_0^{\pi/4} f(\cos x) \tan x dx = \boxed{a} \int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{f(t)}{t} dt; \boxed{b} \int_1^{\sqrt{2}/2} \frac{f(t)}{t} dt; \boxed{c} \int_0^{\pi/4} f(t)t dt; \boxed{d} \int_1^{\sqrt{2}/2} tf(t) dt.$

6. Supponete che  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sia una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?  $\boxed{a}$  Se  $\int_0^4 f(x)dx > 2$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 4]$  tale che  $f(x_0) > 1$ ;  $\boxed{b}$  Se  $\int_0^2 f(x)dx > 4$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 2]$  tale che  $f(x_0) > 2$ ;  $\boxed{c} \int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx = +\infty$ ;  $\boxed{d}$  Se  $\int_0^1 f(x)dx < 0$ , allora  $f(x) < 100$  per ogni  $x \in [0, 1]$ .

7.  $\int_0^{\pi/4} f(x) \cos(2x)dx = \boxed{a} 2(f(\frac{\pi}{4}) - \int_0^{\pi/4} f'(x) \sin(2x)dx); \boxed{b} 2(f(\frac{\pi}{4}) - f(0) - \int_0^{\pi/4} f'(x) \sin(2x)dx)$   
 $;$   $\boxed{c} \frac{1}{2}(f(\frac{\pi}{4}) - f(0) - \int_0^{\pi/4} f'(x) \sin(2x)dx); \boxed{d} \frac{1}{2}(f(\frac{\pi}{4}) - \int_0^{\pi/4} f'(x) \sin(2x)dx).$

8.  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente e a termini positivi. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  $\boxed{a} \sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  è convergente;  $\boxed{b} \sum_{n=0}^{+\infty} e^{-a_n}$  è convergente;  $\boxed{c} \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ ;  
 $\boxed{d} \sum_{n=0}^{+\infty} (e^{a_n} - 1)$  è convergente.

CALCOLO 1		4 gennaio 2005
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Supponete che  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sia una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?  a Se  $\int_0^2 g(x)dx > 4$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 2]$  tale che  $g(x_0) > 2$ ;  b  $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x)dx = +\infty$ ;  c Se  $\int_0^1 g(x)dx < 0$ , allora  $g(x) < 100$  per ogni  $x \in [0, 1]$ ;  d Se  $\int_0^4 g(x)dx > 2$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 4]$  tale che  $g(x_0) > 1$ .

2. Il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione  $f(t) = e^{2t^2}$  con centro in  $t_0 = 1$  è:  a  $e^2(t-2)^2$ ;  b  $e^2(10t^2 - 16t + 7)$ ;  c  $e^2(10t^2 - 5t + 3)$ ;  d  $e^2(t-1)^2$ .

3. Quali sono i valori del parametro  $\alpha$  per cui l'integrale generalizzato  $\int_2^{+\infty} \frac{1+e^{-x}}{\sqrt{x^\alpha + \log x}} dx$  è convergente?  a  $\alpha > 1$ ;  b  $\alpha > 2$ ;  c  $\alpha > 0$ ;  d Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ .

4.  $\int_0^{\pi/6} f(x) \cos(3x) dx =$   a  $3(f(\frac{\pi}{6}) - f(0) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$ ;  b  $\frac{1}{3}(f(\frac{\pi}{6}) - f(0) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$ ;  c  $\frac{1}{3}(f(\frac{\pi}{6}) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$ ;  d  $3(f(\frac{\pi}{6}) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$ .

5.  $\sum_{n=2}^{+\infty} 4^{-n} =$   a  $\frac{4}{3}$ ;  b  $\frac{1}{6}$ ;  c  $\frac{1}{12}$ ;  d  $\frac{3}{2}$ .

6. Se  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 9y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

allora  a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$ ;  b  $y(\pi/3) = 0$ ;  c  $y(1/3) = 0$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$ .

7.  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente e a termini positivi. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  a  $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-a_n}$  è convergente;  b  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ ;  c  $\sum_{n=0}^{+\infty} \log(1 + a_n)$  è convergente;  d  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  è convergente.

8.  $\int_0^{\pi/3} f(\cos x) \tan x dx =$   a  $\int_1^{1/2} \frac{f(t)}{t} dt$ ;  b  $\int_0^{\pi/3} f(t)t dt$ ;  c  $\int_1^{1/2} tf(t) dt$ ;  d  $\int_{1/2}^1 \frac{f(t)}{t} dt$ .

CALCOLO 1		4 gennaio 2005
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1. Se  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 16y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

allora  a  $y(\pi/4) = 0$ ;  b  $y(1/4) = 0$ ;  c  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$ .

2. Quali sono i valori del parametro  $\alpha$  per cui la serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1 + e^{-n}}{\sqrt{n^\alpha} + \log n}$  è convergente?  a  $\alpha > 2$ ;  b  $\alpha > 0$ ;  c Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  d  $\alpha > 1$ .

3.  $\int_0^{\pi/8} f(x) \cos(4x) dx =$   a  $\frac{1}{4}(f(\frac{\pi}{8}) - f(0) - \int_0^{\pi/8} f'(x) \sin(4x) dx)$ ;  b  $\frac{1}{4}(f(\frac{\pi}{8}) - \int_0^{\pi/8} f'(x) \sin(4x) dx)$ ;  c  $4(f(\frac{\pi}{8}) - \int_0^{\pi/8} f'(x) \sin(4x) dx)$ ;  d  $4(f(\frac{\pi}{8}) - f(0) - \int_0^{\pi/8} f'(x) \sin(4x) dx)$ .

4.  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente e a termini positivi. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  a  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ ;  b  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sin a_n$  è convergente;  c  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  è convergente;  d  $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-a_n}$  è convergente.

5. Supponete che  $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sia una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?  a  $\int_{-\infty}^{+\infty} h(x) dx = +\infty$ ;  b Se  $\int_0^1 h(x) dx < 0$ , allora  $h(x) < 100$  per ogni  $x \in [0, 1]$ ;  c Se  $\int_0^4 h(x) dx > 2$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 4]$  tale che  $h(x_0) > 1$ ;  d Se  $\int_0^2 h(x) dx > 4$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 2]$  tale che  $h(x_0) > 2$ .

6. Il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione  $f(t) = e^{-t^2}$  con centro in  $t_0 = 1$  è :  a  $\frac{1}{e}(10t^2 - 16t + 7)$ ;  b  $\frac{1}{e}(10t^2 - 5t + 3)$ ;  c  $\frac{1}{e}(t - 1)^2$ ;  d  $\frac{1}{e}(t - 2)^2$ .

7.  $\int_0^{\pi/6} f(\cos x) \tan x dx =$   a  $\int_0^{\pi/6} f(t) t dt$ ;  b  $\int_1^{\sqrt{3}/2} t f(t) dt$ ;  c  $\int_{\sqrt{3}/2}^1 \frac{f(t)}{t} dt$ ;  d  $\int_1^{\sqrt{3}/2} \frac{f(t)}{t} dt$ .

8.  $\sum_{n=2}^{+\infty} 3^{-n} =$   a  $\frac{1}{6}$ ;  b  $\frac{1}{12}$ ;  c  $\frac{3}{2}$ ;  d  $\frac{4}{3}$ .

<b>CALCOLO 1</b>		<b>4 gennaio 2005</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

• *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* -0.25.

- Il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione  $f(t) = e^{2t^2}$  con centro in  $t_0 = 1$  è :  
 a  $e^2(10t^2 - 5t + 3)$ ;  b  $e^2(t - 1)^2$ ;  c  $e^2(t - 2)^2$ ;  d  $e^2(10t^2 - 16t + 7)$ .
- $\int_0^{\pi/10} f(x) \cos(5x) dx =$   a  $\frac{1}{5}(f(\frac{\pi}{10}) - \int_0^{\pi/10} f'(x) \sin(5x) dx)$ ;  b  $5(f(\frac{\pi}{10}) - \int_0^{\pi/10} f'(x) \sin(5x) dx)$   
 c  $5(f(\frac{\pi}{10}) - f(0) - \int_0^{\pi/10} f'(x) \sin(5x) dx)$ ;  d  $\frac{1}{5}(f(\frac{\pi}{10}) - f(0) - \int_0^{\pi/10} f'(x) \sin(5x) dx)$ .
- $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente e a termini positivi. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  
 a  $\sum_{n=0}^{+\infty} (e^{a_n} - 1)$  è convergente;  b  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt[n]{a_n}$  è convergente;  c  $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-a_n}$  è convergente;  
 d  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ .
- $\int_0^{\pi/4} f(\cos x) \tan x dx =$   a  $\int_1^{\sqrt{2}/2} tf(t) dt$ ;  b  $\int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{f(t)}{t} dt$ ;  c  $\int_1^{\sqrt{2}/2} \frac{f(t)}{t} dt$ ;  d  $\int_0^{\pi/4} f(t)t dt$ .
- Se  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy:
 
$$\begin{cases} y'' - 4y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$
 allora  a  $y(1/2) = 0$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$ ;  c  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$ ;  d  $y(\pi/2) = 0$ .
- Quali sono i valori del parametro  $\alpha$  per cui l'integrale generalizzato  $\int_2^{+\infty} \frac{1 + e^{-x}}{\sqrt{x^\alpha + \log x}} dx$  è convergente?  a  $\alpha > 0$ ;  b Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  c  $\alpha > 1$ ;  d  $\alpha > 2$ .
- $\sum_{n=2}^{+\infty} 4^{-n} =$   a  $\frac{1}{12}$ ;  b  $\frac{3}{2}$ ;  c  $\frac{4}{3}$ ;  d  $\frac{1}{6}$ .
- Supponete che  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sia una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?  a Se  $\int_0^1 f(x) dx < 0$ , allora  $f(x) < 100$  per ogni  $x \in [0, 1]$ ;  b Se  $\int_0^4 f(x) dx > 2$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 4]$  tale che  $f(x_0) > 1$ ;  c Se  $\int_0^2 f(x) dx > 4$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 2]$  tale che  $f(x_0) > 2$ ;  d  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = +\infty$ .

CALCOLO 1		4 gennaio 2005
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

- Quali sono i valori del parametro  $\alpha$  per cui la serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1+e^{-n}}{\sqrt{n^\alpha} + \log n}$  è convergente?  a Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  b  $\alpha > 1$ ;  c  $\alpha > 2$ ;  d  $\alpha > 0$ .
- $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente e a termini positivi. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  a  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  è convergente;  b  $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-a_n}$  è convergente;  c  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ ;  d  $\sum_{n=0}^{+\infty} \log(1+a_n)$  è convergente.
- $\int_0^{\pi/3} f(\cos x) \tan x dx =$   a  $\int_{1/2}^1 \frac{f(t)}{t} dt$ ;  b  $\int_1^{1/2} \frac{f(t)}{t} dt$ ;  c  $\int_0^{\pi/3} f(t)t dt$ ;  d  $\int_1^{1/2} tf(t) dt$ .
- $\sum_{n=2}^{+\infty} 3^{-n} =$   a  $\frac{3}{2}$ ;  b  $\frac{4}{3}$ ;  c  $\frac{1}{6}$ ;  d  $\frac{1}{12}$ .
- Il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione  $f(t) = e^{-t^2}$  con centro in  $t_0 = 1$  è :  a  $\frac{1}{e}(t-1)^2$ ;  b  $\frac{1}{e}(t-2)^2$ ;  c  $\frac{1}{e}(10t^2 - 16t + 7)$ ;  d  $\frac{1}{e}(10t^2 - 5t + 3)$ .
- $\int_0^{\pi/4} f(x) \cos(2x) dx =$   a  $2(f(\frac{\pi}{4}) - \int_0^{\pi/4} f'(x) \sin(2x) dx)$ ;  b  $2(f(\frac{\pi}{4}) - f(0) - \int_0^{\pi/4} f'(x) \sin(2x) dx)$ ;  c  $\frac{1}{2}(f(\frac{\pi}{4}) - f(0) - \int_0^{\pi/4} f'(x) \sin(2x) dx)$ ;  d  $\frac{1}{2}(f(\frac{\pi}{4}) - \int_0^{\pi/4} f'(x) \sin(2x) dx)$ .
- Supponete che  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sia una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?  a Se  $\int_0^4 g(x) dx > 2$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 4]$  tale che  $g(x_0) > 1$ ;  b Se  $\int_0^2 g(x) dx > 4$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 2]$  tale che  $g(x_0) > 2$ ;  c  $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = +\infty$ ;  d Se  $\int_0^1 g(x) dx < 0$ , allora  $g(x) < 100$  per ogni  $x \in [0, 1]$ .
- Se  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 4y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

allora  a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$ ;  c  $y(\pi/2) = 0$ ;  d  $y(1/2) = 0$ .

<b>CALCOLO 1</b>		<b>4 gennaio 2005</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

• *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* -0.25.

1.  $\int_0^{\pi/6} f(x) \cos(3x) dx =$   **a**  $3(f(\frac{\pi}{6}) - f(0) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$  ;  **b**  $\frac{1}{3}(f(\frac{\pi}{6}) - f(0) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$  ;  **c**  $\frac{1}{3}(f(\frac{\pi}{6}) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$  ;  **d**  $3(f(\frac{\pi}{6}) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$  .

2.  $\int_0^{\pi/6} f(\cos x) \tan x dx =$   **a**  $\int_1^{\sqrt{3}/2} \frac{f(t)}{t} dt$ ;  **b**  $\int_0^{\pi/6} f(t)t dt$ ;  **c**  $\int_1^{\sqrt{3}/2} tf(t) dt$ ;  **d**  $\int_{\sqrt{3}/2}^1 \frac{f(t)}{t} dt$ .

3.  $\sum_{n=2}^{+\infty} 4^{-n} =$   **a**  $\frac{4}{3}$ ;  **b**  $\frac{1}{6}$ ;  **c**  $\frac{1}{12}$ ;  **d**  $\frac{3}{2}$ .

4. Supponete che  $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sia una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?  **a** Se  $\int_0^2 h(x) dx > 4$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 2]$  tale che  $h(x_0) > 2$ ;  **b**  $\int_{-\infty}^{+\infty} h(x) dx = +\infty$ ;  **c** Se  $\int_0^1 h(x) dx < 0$ , allora  $h(x) < 100$  per ogni  $x \in [0, 1]$ ;  **d** Se  $\int_0^4 h(x) dx > 2$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 4]$  tale che  $h(x_0) > 1$ .

5. Quali sono i valori del parametro  $\alpha$  per cui l'integrale generalizzato  $\int_2^{+\infty} \frac{1 + e^{-x}}{\sqrt{x^\alpha + \log x}} dx$  è convergente?  **a**  $\alpha > 1$ ;  **b**  $\alpha > 2$ ;  **c**  $\alpha > 0$ ;  **d** Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$  .

6.  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente e a termini positivi. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  **a**  $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-a_n}$  è convergente;  **b**  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ ;  **c**  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sin a_n$  è convergente;  **d**  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  è convergente.

7. Se  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 9y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

allora  **a**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$ ;  **b**  $y(\pi/3) = 0$ ;  **c**  $y(1/3) = 0$ ;  **d**  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$ .

8. Il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione  $f(t) = e^{2t^2}$  con centro in  $t_0 = 1$  è:  **a**  $e^2(t - 2)^2$ ;  **b**  $e^2(10t^2 - 16t + 7)$ ;  **c**  $e^2(10t^2 - 5t + 3)$ ;  **d**  $e^2(t - 1)^2$ .

CALCOLO 1		4 gennaio 2005
Cognome:	Nome:	Matricola:

• Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

- $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente e a termini positivi. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  a  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ ;  b  $\sum_{n=0}^{+\infty} (e^{a_n} - 1)$  è convergente;  c  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  è convergente;  d  $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-a_n}$  è convergente.
- $\sum_{n=2}^{+\infty} 3^{-n} =$   a  $\frac{1}{6}$ ;  b  $\frac{1}{12}$ ;  c  $\frac{3}{2}$ ;  d  $\frac{4}{3}$ .
- Supponete che  $f : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sia una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?  a  $\int_{-\infty}^{+\infty} f(x) dx = +\infty$ ;  b Se  $\int_0^1 f(x) dx < 0$ , allora  $f(x) < 100$  per ogni  $x \in [0, 1]$ ;  c Se  $\int_0^4 f(x) dx > 2$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 4]$  tale che  $f(x_0) > 1$ ;  d Se  $\int_0^2 f(x) dx > 4$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 2]$  tale che  $f(x_0) > 2$ .
- Se  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 16y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 4 \end{cases}$$

allora  a  $y(\pi/4) = 0$ ;  b  $y(1/4) = 0$ ;  c  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$ ;  d  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$ .

- $\int_0^{\pi/8} f(x) \cos(4x) dx =$   a  $\frac{1}{4}(f(\frac{\pi}{8}) - f(0) - \int_0^{\pi/8} f'(x) \sin(4x) dx)$ ;  b  $\frac{1}{4}(f(\frac{\pi}{8}) - \int_0^{\pi/8} f'(x) \sin(4x) dx)$ ;  c  $4(f(\frac{\pi}{8}) - \int_0^{\pi/8} f'(x) \sin(4x) dx)$ ;  d  $4(f(\frac{\pi}{8}) - f(0) - \int_0^{\pi/8} f'(x) \sin(4x) dx)$ .

- $\int_0^{\pi/4} f(\cos x) \tan x dx =$   a  $\int_0^{\pi/4} f(t) t dt$ ;  b  $\int_1^{\sqrt{2}/2} t f(t) dt$ ;  c  $\int_{\sqrt{2}/2}^1 \frac{f(t)}{t} dt$ ;  d  $\int_1^{\sqrt{2}/2} \frac{f(t)}{t} dt$ .

- Il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione  $f(t) = e^{-t^2}$  con centro in  $t_0 = 1$  è :  a  $\frac{1}{e}(10t^2 - 16t + 7)$ ;  b  $\frac{1}{e}(10t^2 - 5t + 3)$ ;  c  $\frac{1}{e}(t - 1)^2$ ;  d  $\frac{1}{e}(t - 2)^2$ .

- Quali sono i valori del parametro  $\alpha$  per cui la serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1 + e^{-n}}{\sqrt{n^\alpha} + \log n}$  è convergente?  a  $\alpha > 2$ ;  b  $\alpha > 0$ ;  c Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  d  $\alpha > 1$ .

<b>CALCOLO 1</b>		<b>4 gennaio 2005</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

• Risposta corretta: +1.5. Risposta errata: -0.25.

1.  $\int_0^{\pi/3} f(\cos x) \tan x dx = \boxed{a} \int_1^{1/2} t f(t) dt; \boxed{b} \int_{1/2}^1 \frac{f(t)}{t} dt; \boxed{c} \int_1^{1/2} \frac{f(t)}{t} dt; \boxed{d} \int_0^{\pi/3} f(t) t dt.$

2. Supponete che  $g : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sia una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?  $\boxed{a}$  Se  $\int_0^1 g(x) dx < 0$ , allora  $g(x) < 100$  per ogni  $x \in [0, 1]$ ;  $\boxed{b}$  Se  $\int_0^4 g(x) dx > 2$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 4]$  tale che  $g(x_0) > 1$ ;  $\boxed{c}$  Se  $\int_0^2 g(x) dx > 4$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 2]$  tale che  $g(x_0) > 2$ ;  $\boxed{d}$   $\int_{-\infty}^{+\infty} g(x) dx = +\infty$ .

3. Se  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' - 4y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 2 \end{cases}$$

allora  $\boxed{a}$   $y(1/2) = 0$ ;  $\boxed{b}$   $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$ ;  $\boxed{c}$   $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$ ;  $\boxed{d}$   $y(\pi/2) = 0$ .

4. Il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione  $f(t) = e^{2t^2}$  con centro in  $t_0 = 1$  è :  $\boxed{a}$   $e^2(10t^2 - 5t + 3)$ ;  $\boxed{b}$   $e^2(t - 1)^2$ ;  $\boxed{c}$   $e^2(t - 2)^2$ ;  $\boxed{d}$   $e^2(10t^2 - 16t + 7)$ .

5.  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente e a termini positivi. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  $\boxed{a}$   $\sum_{n=0}^{+\infty} \log(1 + a_n)$  è convergente;  $\boxed{b}$   $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  è convergente;  $\boxed{c}$   $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-a_n}$  è convergente;  $\boxed{d}$   $\lim_{n \rightarrow +\infty} \sqrt[n]{a_n} < 1$ .

6.  $\sum_{n=2}^{+\infty} 4^{-n} = \boxed{a} \frac{1}{12}; \boxed{b} \frac{3}{2}; \boxed{c} \frac{4}{3}; \boxed{d} \frac{1}{6}.$

7. Quali sono i valori del parametro  $\alpha$  per cui l'integrale generalizzato  $\int_2^{+\infty} \frac{1 + e^{-x}}{\sqrt{x^\alpha + \log x}} dx$  è convergente?  $\boxed{a}$   $\alpha > 0$ ;  $\boxed{b}$  Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  $\boxed{c}$   $\alpha > 1$ ;  $\boxed{d}$   $\alpha > 2$ .

8.  $\int_0^{\pi/10} f(x) \cos(5x) dx = \boxed{a} \frac{1}{5} (f(\frac{\pi}{10}) - \int_0^{\pi/10} f'(x) \sin(5x) dx); \boxed{b} 5(f(\frac{\pi}{10}) - \int_0^{\pi/10} f'(x) \sin(5x) dx)$   
;  $\boxed{c} 5(f(\frac{\pi}{10}) - f(0) - \int_0^{\pi/10} f'(x) \sin(5x) dx); \boxed{d} \frac{1}{5} (f(\frac{\pi}{10}) - f(0) - \int_0^{\pi/10} f'(x) \sin(5x) dx).$

<b>CALCOLO 1</b>		<b>4 gennaio 2005</b>
<b>Cognome:</b>	<b>Nome:</b>	<b>Matricola:</b>

• *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* -0.25.

1.  $\sum_{n=2}^{+\infty} 3^{-n} =$   a  $\frac{3}{2}$ ;  b  $\frac{4}{3}$ ;  c  $\frac{1}{6}$ ;  d  $\frac{1}{12}$ .

2. Se  $y(x)$  è la soluzione del problema di Cauchy:

$$\begin{cases} y'' + 9y = 0 \\ y(0) = 0 \\ y'(0) = 3 \end{cases}$$

allora  a  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = -\infty$ ;  b  $\lim_{x \rightarrow +\infty} y(x) = +\infty$ ;  c  $y(\pi/3) = 0$ ;  d  $y(1/3) = 0$ .

3. Il polinomio di Taylor di grado 2 della funzione  $f(t) = e^{-t^2}$  con centro in  $t_0 = 1$  è :  
 a  $\frac{1}{e}(t-1)^2$ ;  b  $\frac{1}{e}(t-2)^2$ ;  c  $\frac{1}{e}(10t^2 - 16t + 7)$ ;  d  $\frac{1}{e}(10t^2 - 5t + 3)$ .

4. Quali sono i valori del parametro  $\alpha$  per cui la serie  $\sum_{n=2}^{+\infty} \frac{1 + e^{-n}}{\sqrt{n^\alpha} + \log n}$  è convergente?  a Per ogni  $\alpha \in \mathbf{R}$ ;  b  $\alpha > 1$ ;  c  $\alpha > 2$ ;  d  $\alpha > 0$ .

5.  $\int_0^{\pi/3} f(\cos x) \tan x dx =$   a  $\int_{1/2}^1 \frac{f(t)}{t} dt$ ;  b  $\int_1^{1/2} \frac{f(t)}{t} dt$ ;  c  $\int_0^{\pi/3} f(t)t dt$ ;  d  $\int_1^{1/2} tf(t) dt$ .

6. Supponete che  $h : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}$  sia una funzione continua. Quale delle seguenti affermazioni è sicuramente vera?  a Se  $\int_0^4 h(x) dx > 2$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 4]$  tale che  $h(x_0) > 1$ ;  b Se  $\int_0^2 h(x) dx > 4$ , allora esiste  $x_0 \in [0, 2]$  tale che  $h(x_0) > 2$ ;  c  $\int_{-\infty}^{+\infty} h(x) dx = +\infty$ ;  d Se  $\int_0^1 h(x) dx < 0$ , allora  $h(x) < 100$  per ogni  $x \in [0, 1]$ .

7.  $\int_0^{\pi/6} f(x) \cos(3x) dx =$   a  $3(f(\frac{\pi}{6}) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$ ;  b  $3(f(\frac{\pi}{6}) - f(0) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$   
 c  $\frac{1}{3}(f(\frac{\pi}{6}) - f(0) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$ ;  d  $\frac{1}{3}(f(\frac{\pi}{6}) - \int_0^{\pi/6} f'(x) \sin(3x) dx)$ .

8.  $\sum_{n=0}^{+\infty} a_n$  è convergente e a termini positivi. Quale delle seguenti affermazioni è sempre vera?  a  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sqrt{a_n}$  è convergente;  b  $\sum_{n=0}^{+\infty} e^{-a_n}$  è convergente;  c  $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{a_{n+1}}{a_n} < 1$ ;  
 d  $\sum_{n=0}^{+\infty} \sin a_n$  è convergente.