

**1. (6 punti)**

Dato il parametro  $A \in \mathbf{R}$ , si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 2xy = x \\ y(0) = A . \end{cases}$$

Si dica inoltre, motivando la risposta, per quali valori del parametro  $A \in \mathbf{R}$  si ha che la soluzione  $y(x)$  è decrescente per  $x \in (0, +\infty)$ .

**1. (6 punti)**

Dato il parametro  $A \in \mathbf{R}$ , si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' - xy = 2x \\ y(0) = A . \end{cases}$$

Si dica inoltre, motivando la risposta, per quali valori del parametro  $A \in \mathbf{R}$  si ha che la soluzione  $y(x)$  è crescente per  $x \in (0, +\infty)$ .

**1. (6 punti)**

Dato il parametro  $A \in \mathbf{R}$ , si determini la soluzione  $y(x)$  del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' + 4xy = -x \\ y(0) = A . \end{cases}$$

Si dica inoltre, motivando la risposta, per quali valori del parametro  $A \in \mathbf{R}$  si ha che la soluzione  $y(x)$  è crescente per  $x \in (0, +\infty)$ .

**2. (6 punti)**

Si consideri la funzione

$$f(x) := \log\left(\frac{1+x}{x^2-3x+2}\right).$$

- i) Si determinino i punti di azzeramento di  $f(x)$ ;
- ii) si studi la crescita e la decrescita di  $f(x)$ ;
- iii) si disegni (qualitativamente) il grafico di  $f(x)$ .

**2. (6 punti)**

Si consideri la funzione

$$f(x) := \log\left(\frac{x^2 - 2x}{x + 2}\right).$$

- i) Si determinino i punti di azzeramento di  $f(x)$ ;
- ii) si studi la crescita e la decrescita di  $f(x)$ ;
- iii) si disegni (qualitativamente) il grafico di  $f(x)$ .

**2. (6 punti)**

Si consideri la funzione

$$f(x) := \log\left(\frac{x}{x^2 - 4x + 3}\right).$$

- i) Si determinino i punti di azzeramento di  $f(x)$ ;
- ii) si studi la crescita e la decrescita di  $f(x)$ ;
- iii) si disegni (qualitativamente) il grafico di  $f(x)$ .

**3. (6 punti)**

Si determini per quali valori del parametro  $\alpha > 0$  l'integrale improprio

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin(\sqrt{x})}{(x+1)x^{\alpha}} dx$$

è convergente.

**3. (6 punti)**

Si determini per quali valori del parametro  $\alpha > 0$  l'integrale improprio

$$\int_0^{\infty} \frac{1 - \cos x}{(2 + x)x^\alpha} dx$$

è convergente.

**3. (6 punti)**

Si determini per quali valori del parametro  $\alpha > 0$  l'integrale improprio

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{(2x+1)x^\alpha} dx$$

è convergente.