CALCOLO 1		18 giugno 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale improprio $\int_1^{\infty} \frac{e^{1/x^2}-1}{(x^\alpha+1)x} dx$ è convergente è dato da: $\boxed{a}$ $\alpha > -6$; $\boxed{b}$ $\alpha > -1/2$; $\boxtimes$ $\alpha > -2$; $\boxed{d}$ $\alpha > -4$.

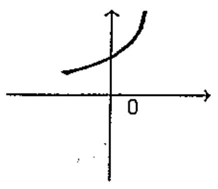
2. Sia $f(x)$ una funzione derivabile, con derivata continua, e tale che $f(0) = 0$. Allora $\int_0^1 f'(2x)\cos(\frac{\pi}{2}x)\, dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{-\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\, dx$; $\boxed{b}$ $\frac{\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\, dx$; $\boxtimes$ $\frac{\pi}{4}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\, dx$; $\boxed{d}$ $\pi\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\, dx$.

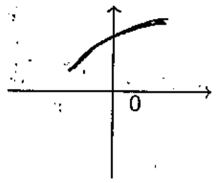
3. Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché le funzioni $f(x) = b - 2ax$ e $g(x) = 2a - bx^3 - 1$ soddisfino $f(0) = g(0)$ e $\int_0^1 f(x)\, dx = \int_0^1 g(x)\, dx$. $\boxed{a}$ $a = -3/4$, $b = -1/2$; $\boxed{b}$ $a = 2/3$, $b = -1/6$; $\boxtimes$ $a = -1/2$, $b = -2$; $\boxed{d}$ $a = -1/2$, $b = 3/4$.

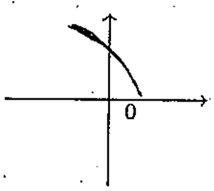
4. Il polinomio di Taylor della funzione $g(x) = \int_0^x \frac{\cos(2t)-t}{\sqrt{2t^2+1}} dt$ di centro $x_0 = 0$ e di grado 2 è: $\boxed{a}$ $x - x^2$; $\boxed{b}$ $x + x^2$; $\boxed{c}$ $x + \frac{x^2}{2}$; $\boxtimes$ $x - \frac{x^2}{2}$.

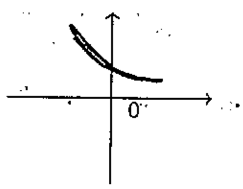
5. Sia $g(x) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile e tale che $g(x) \leq x$ per ogni $x \in [0,1]$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\int_0^x g(t)\, dt \leq x\, g(0)$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxed{b}$ $g(0) \geq 1$; $\boxtimes$ $\int_0^x g(t)\, dt \leq x^2/2$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxed{d}$ $g'(0) \geq 1$.

6. Sia $f(x)$ una funzione continua, con derivata prima e derivata seconda continue, e tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \sqrt{2f(x)+1}$ vicino all'origine è :

$\boxtimes$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

7. Nel piano complesso, l'insieme delle soluzioni dell'equazione $2z - 2\mathrm{Re}\, z + \bar{z} = -3i$ è: $\boxed{a}$ una circonferenza; $\boxed{b}$ una retta verticale; $\boxed{c}$ una retta orizzontale; $\boxtimes$ un punto.

8. $\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2\sin(1/n) + 2\sqrt{n}}{3n + \log(1+1/n)} =$ $\boxed{a}$ 2/3; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{c}$ 1; $\boxtimes$ 1/3.

CALCOLO I	18 giugno 2008

1. **(6 punti)** Per quali valori di $x \in \mathbf{R}$ la serie

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n(x^2 - \frac{x}{2})^n}{n^2+1}$$

converge assolutamente? Converge semplicemente? Non converge?

Per valutare la convergenza assoluta, consideriamo la serie $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1} |x^2 - x/2|^n$. Utilizzando il criterio del rapporto abbiamo:

$$\lim_{n\to\infty} \frac{n+1}{(n+1)^2+1} |x^2 - x/2|^{n+1} \cdot \frac{n^2+1}{n} \frac{1}{|x^2 - x/2|^n} = \lim_{n\to\infty} \left(\frac{n+1}{n} \frac{n^2+1}{n^2+2n+2} \right) |x^2 - x/2| = |x^2 - \frac{x}{2}|.$$

Per avere convergenza, basta che sia $|x^2 - x/2| < 1$, cioè $-1 < x^2 - \frac{x}{2} < 1$. Dunque si deve vedere quando è contemporaneamente verificato che $x^2 - x/2 + 1 > 0$ e $x^2 - x/2 - 1 < 0$. Cercando le radici del primo polinomio si ha:

$$x^2 - x/2 + 1 = 0 \quad \text{per} \quad x = \frac{1/2 \mp \sqrt{1/4 - 4}}{2} = \frac{1/2 \mp \sqrt{-15/4}}{2}, \quad \underline{\text{non}} \text{ reali}.$$

Dunque il polinomio non ha radici reali, e, avendo limite $+\infty$ per $x \to \pm\infty$, è sempre > 0. Le radici del secondo polinomio invece sono:

$$x^2 - x/2 - 1 = 0 \quad \text{per} \quad x = \frac{1/2 \mp \sqrt{1/4 + 4}}{2} = \frac{1 \mp \sqrt{17}}{4},$$

per cui $x^2 - x/2 - 1 < 0$ per $\frac{1-\sqrt{17}}{4} < x < \frac{1+\sqrt{17}}{4}$.

Dunque c'è sicuramente <u>convergenza assoluta</u> (e quindi semplice) per $\frac{1-\sqrt{17}}{4} < x < \frac{1+\sqrt{17}}{4}$.

Quando $x < \frac{1-\sqrt{17}}{4}$ oppure $x > \frac{1+\sqrt{17}}{4}$ si ha $\lim_{n\to\infty} \frac{|a_{n+1}|}{|a_n|} > 1$, dunque $|a_n|$ cresce (per n grande), e allora $a_n \not\to 0$, dunque la serie <u>non converge</u>. [Più precisamente, essendo $x^2 - x/2 > 1$, la serie <u>diverge</u>.]

Per $x = \frac{1-\sqrt{17}}{4}$ e $x = \frac{1+\sqrt{17}}{4}$ si ha $x^2 - x/2 = 1$, per cui la serie diventa $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}$, che è asintotica a $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n}$, che è <u>divergente</u>.

CALCOLO I	18 giugno 2008

2. (6 punti)
Si determini la soluzione $y(x)$ del problema di Cauchy

$$\begin{cases} y' = (3+27y^2)(xe^{3x} - 2x^2) \\ y(0) = 0\,. \end{cases}$$

È un'equazione differenziale del I° ordine, non-lineare, a variabili separabili. Scrivendo $y' = \frac{dy}{dx}$ abbiamo

$$\frac{dy}{dx} = (3+27y^2)(xe^{3x} - 2x^2)\,, \quad \text{cioè} \quad \frac{dy}{3+27y^2} = (xe^{3x} - 2x^2)\,dx$$

Integrando a sinistra si ha:

$$\int \frac{dy}{3+27y^2} = \frac{1}{3}\int \frac{dy}{1+9y^2} \underset{3y=t\,,\ dy = 1/3\,dt}{=} \frac{1}{3}\int \frac{dt}{3(1+t^2)} = \frac{1}{9}\,\text{arctg}\, t + c = \frac{1}{9}\,\text{arctg}(3y) + c\,.$$

Integrando a destra si ha (la primitiva di e^{3x} è $\frac{1}{3}e^{3x}$...)

$$\int xe^{3x}\,dx \underset{\text{per parti}}{=} \frac{1}{3}xe^{3x} - \frac{1}{3}\int e^{3x}\,dx = \frac{1}{3}xe^{3x} - \frac{1}{9}e^{3x} + c$$

$$\int (-2x^2)\,dx = -\frac{2}{3}x^3 + c\,.$$

Dunque

$$\frac{1}{9}\,\text{arctg}(3y) = \frac{1}{3}xe^{3x} - \frac{1}{9}e^{3x} - \frac{2}{3}x^3 + c\,.$$

Imponendo il dato di Cauchy $y(0)=0$ si ha:

$$0 = -1/9 + c \Rightarrow c = 1/9\,.$$

Quindi

$$\text{arctg}(3y) = 9\left(\frac{1}{3}xe^{3x} - \frac{1}{9}e^{3x} - \frac{2}{3}x^3 + 1/9\right)$$

$$3y = \text{tg}\left(3xe^{3x} - e^{3x} - 6x^3 + 1\right)$$

$$y(x) = \frac{1}{3}\,\text{tg}\left(3xe^{3x} - e^{3x} - 6x^3 + 1\right)\,.$$

CALCOLO I	18 giugno 2008

4. (6 punti)
Si disegni qualitativamente il grafico della funzione

$$f(x) = \begin{cases} (3x+1)\log(3x+1) & \text{per } x \geq 0 \\ 4x^3 + 9x^2 + 6x & \text{per } x < 0 \end{cases} .$$

In particolare, motivando le risposte: insieme di definizione, limiti a $+\infty$ e $-\infty$, eventuali asintoti obliqui, crescenza e decrescenza, convessità e concavità, eventuale derivabilità in $x_0 = 0$, valore nei punti di massimo relativo e di minimo relativo.

Il logaritmo è definito per valori positivi, dunque deve essere $3x+1>0$: siccome il logaritmo appare per $x \geq 0$, questa condizione è soddisfatta, e l'insieme di definizione di f è tutto $\mathbb{R}$.

Poi $\lim\limits_{x\to+\infty} (3x+1)\log(3x+1) = +\infty$, $\lim\limits_{x\to-\infty}(4x^3+9x^2+6x) = \lim\limits_{x\to-\infty} x^3\left(4+\frac{9}{x}+\frac{6}{x^2}\right) = -\infty$.

e, per vedere gli asintoti obliqui,

$\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{(3x+1)\log(3x+1)}{x} = 3\cdot\lim\limits_{x\to+\infty}\log(3x+1) = +\infty \to$ no asintoto a $+\infty$.

$\lim\limits_{x\to-\infty} \frac{4x^3+9x^2+6x}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty}(4x^2+9x+6) = +\infty \to$ no asintoto a $-\infty$.

La derivata: per $x \geq 0$ si ha $f'(x) = 3\cdot\log(3x+1) + \cancel{(3x+1)}\frac{1}{\cancel{(3x+1)}}\cdot 3$, che è >0 per $x \geq 0$. Per $x<0$ si ha $f'(x) = 12x^2+18x+6$, e dunque per vederne il segno cerco le radici di $12x^2+18x+6 = 6(2x^2+3x+1)$.

Si ha

$$2x^2+3x+1 = 0 \quad \text{per} \quad x = \frac{-3\mp\sqrt{9-8}}{4} = \frac{-3\mp1}{4} = \begin{cases} -1 \\ -1/2 \end{cases},$$

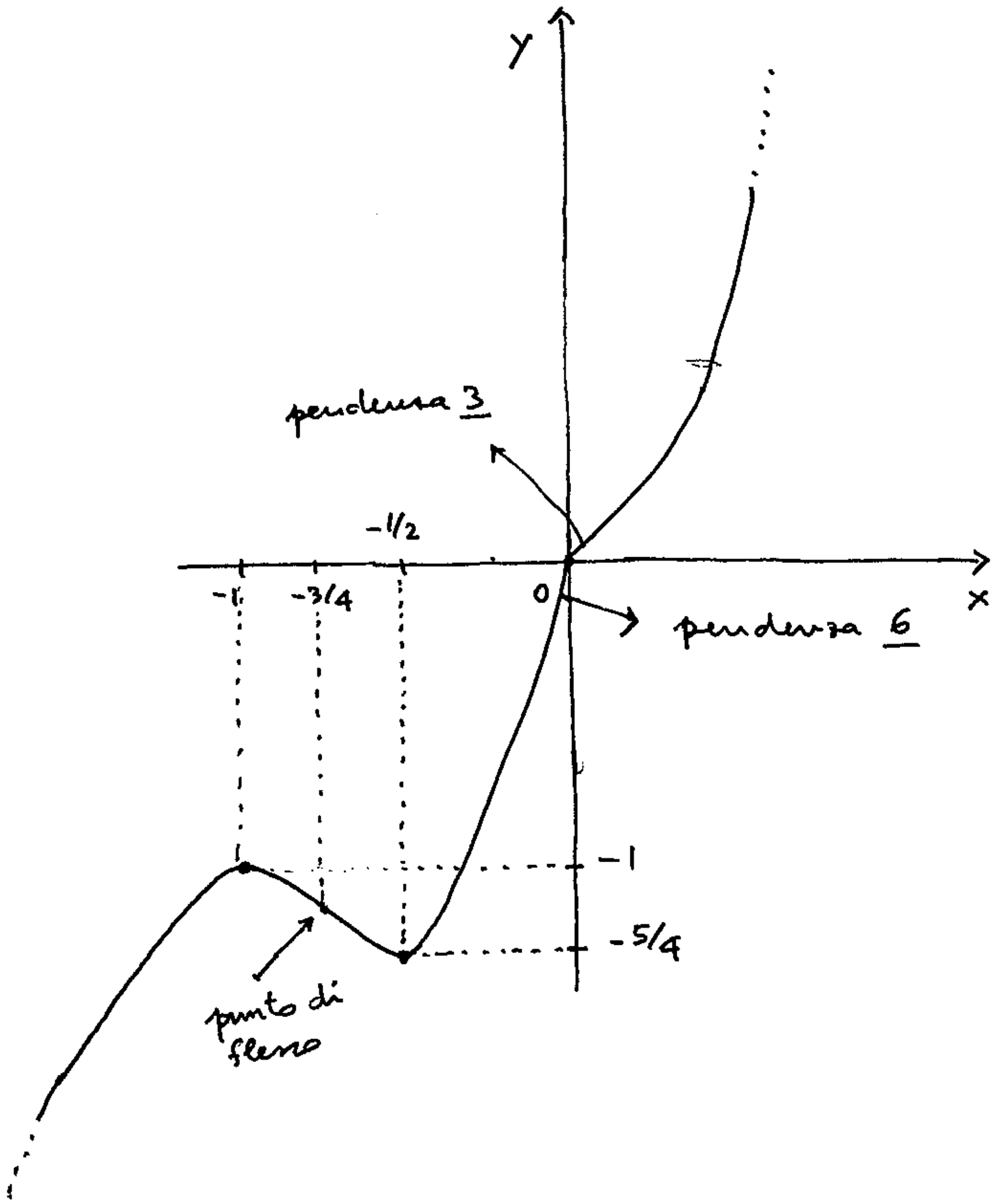
per cui $f'(x)>0$ per $x<-1$ e $-1/2<x<0$, intervalli in cui $f(x)$ cresce.

La derivata seconda: per $x \geq 0$ si ha $f''(x) = 3\cdot\frac{1}{3x+1}\cdot 3 > 0$, per $x<0$ $f''(x) = 24x+18$, che è >0 per $x > -\frac{18}{24} = -3/4$. Quindi f è convessa per $x \geq 0$ e $-3/4<x<0$, concava per $x<-3/4$.

Calcolando $\lim\limits_{x\to0^+} f'(x) = \lim\limits_{x\to0^+}[3\log(3x+1)+3] = 3$ e $\lim\limits_{x\to0^-} f'(x) = \lim\limits_{x\to0^-}(12x^2+18x+6) = 6$, si vede che f non è derivabile per $x_0=0$.

Infine, -1 è risultato un punto di massimo relativo, mentre $-1/2$ è un punto di minimo relativo, e si ha $f(-1)=-1$, $f(-1/2) = -4/8+9/4-6/2 = \frac{-2+9-12}{4} = -5/4$. Inoltre si ha $f(0) = \log 1 = 0$, e $\lim\limits_{x\to0^-} f(x) = \lim\limits_{x\to0^-}(4x^3+9x^2+6x) = 0$, dunque f è continua in $x_0=0$.

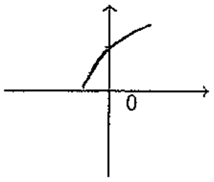
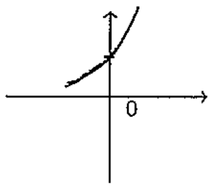
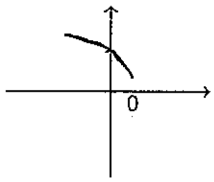
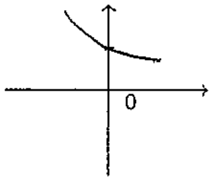
Il grafico (qualitativo) è



CALCOLO 1		18 giugno 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Sia $f(x)$ una funzione continua, con derivata prima e derivata seconda continue, e tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = -2$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \sqrt{2f(x)+1}$ vicino all'origine è :

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxtimes$  ; $\boxed{d}$  .

2. Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché le funzioni $f(x) = 2b - ax$ e $g(x) = a + bx^2 + 2$ soddisfino $f(0) = g(0)$ e $\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 g(x)\,dx$. $\boxed{a}$ $a = 2/3$, $b = -1/6$; $\boxed{b}$ $a = -1/2$, $b = -2$; $\boxtimes$ $a = -1/2$, $b = 3/4$; $\boxed{d}$ $a = -3/4$, $b = -1/2$.

3. Il polinomio di Taylor della funzione $g(x) = \int_0^x \frac{2t+\cos(3t)}{\sqrt{t^2+1}}dt$ di centro $x_0 = 0$ e di grado 2 è: $\boxtimes$ $x + x^2$; $\boxed{b}$ $x + \frac{x^2}{2}$; $\boxed{c}$ $x - \frac{x^2}{2}$; $\boxed{d}$ $x - x^2$.

4. Nel piano complesso, l'insieme delle soluzioni dell'equazione $3\bar{z} + 2i\mathrm{Im}\, z + z = 2$ è: $\boxtimes$ una retta verticale; $\boxed{b}$ una retta orizzontale; $\boxed{c}$ un punto; $\boxed{d}$ una circonferenza.

5. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale improprio $\int_1^\infty \frac{e^{1/\sqrt{x}}-1}{x^\alpha(x+1)}dx$ è convergente è dato da: $\boxtimes$ $\alpha > -1/2$; $\boxed{b}$ $\alpha > -2$; $\boxed{c}$ $\alpha > -4$; $\boxed{d}$ $\alpha > -6$.

6. Sia $f(x)$ una funzione derivabile, con derivata continua, e tale che $f(0) = 0$. Allora $\int_0^1 f'(2x)\sin(\pi x)\,dx =$ $\boxtimes$ $-\frac{\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$; $\boxed{b}$ $-\pi\int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$; $\boxed{c}$ $\pi\int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$; $\boxed{d}$ $-2\pi\int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$.

7. $\lim_{n\to+\infty} \frac{2n + \sin(1/n)}{3\sqrt{n} + n^2\log(1+1/n)} =$ $\boxtimes$ 2; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 1/3; $\boxed{d}$ 2/3.

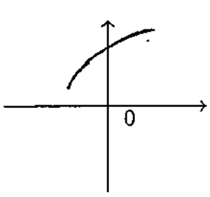
8. Sia $g(x) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile e tale che $g(x) \geq g(0) + x$ per ogni $x \in [0,1]$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $g(0) \geq 1$; $\boxed{b}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x^2/2$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxtimes$ $g'(0) \geq 1$; $\boxed{d}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x\,g(0)$ per ogni $x \in [0,1]$.

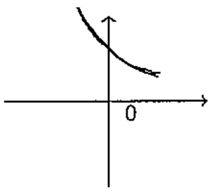
CALCOLO 1		18 giugno 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

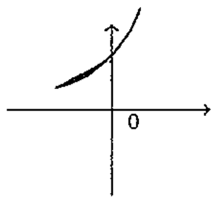
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* $+1.5$. *Risposta errata:* -0.25.

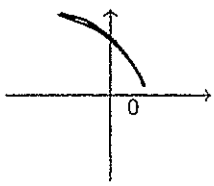
1. Sia $g(x) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile e tale che $\int_0^x g(t)\,dt \geq x$ per ogni $x \in [0,1]$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $g'(0) \geq 1$; $\boxed{b}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x\,g(0)$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxed{\times}$ $g(0) \geq 1$; $\boxed{d}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x^2/2$ per ogni $x \in [0,1]$.

2. Sia $f(x)$ una funzione continua, con derivata prima e derivata seconda continue, e tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = 2$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \sqrt{2f(x)+1}$ vicino all'origine è :

$\boxed{\times}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

3. Sia $f(x)$ una funzione derivabile, con derivata continua, e tale che $f(0) = 0$. Allora $\int_0^1 f'(2x)\sin(\pi x)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\pi \int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$; $\boxed{b}$ $-2\pi \int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$; $\boxed{\times}$ $-\frac{\pi}{2} \int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$; $\boxed{d}$ $-\pi \int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$.

4. Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché le funzioni $f(x) = a + 2bx$ e $g(x) = 2b - ax^3 + 1$ soddisfino $f(0) = g(0)$ e $\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 g(x)\,dx$. $\boxed{a}$ $a = -1/2$, $b = 3/4$; $\boxed{b}$ $a = -3/4$, $b = -1/2$; $\boxed{\times}$ $a = 2/3$, $b = -1/6$; $\boxed{d}$ $a = -1/2$, $b = -2$.

5. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{n^2\sin(1/n) + 2\sqrt{n}}{3n + \log(1+1/n)} =$ $\boxed{\times}$ $1/3$; $\boxed{b}$ $2/3$; $\boxed{c}$ 2; $\boxed{d}$ 1.

6. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale improprio $\int_1^\infty \frac{1-\cos(\frac{1}{x^2})}{\sqrt{x^\alpha+1}}dx$ è convergente è dato da: $\boxed{a}$ $\alpha > -4$; $\boxed{\times}$ $\alpha > -6$; $\boxed{c}$ $\alpha > -1/2$; $\boxed{d}$ $\alpha > -2$.

7. Il polinomio di Taylor della funzione $g(x) = \int_0^x \frac{t+\cos(2t)}{\sqrt{3t^2+1}}dt$ di centro $x_0 = 0$ e di grado 2 è: $\boxed{a}$ $x - \frac{x^2}{2}$; $\boxed{b}$ $x - x^2$; $\boxed{c}$ $x + x^2$; $\boxed{\times}$ $x + \frac{x^2}{2}$.

8. Nel piano complesso, l'insieme delle soluzioni dell'equazione $3\overline{z} - 2\mathrm{Re}\,z - z = 2i$ è: $\boxed{a}$ un punto; $\boxed{b}$ una circonferenza; $\boxed{c}$ una retta verticale; $\boxed{\times}$ una retta orizzontale.

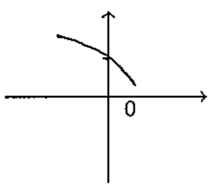
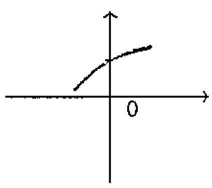
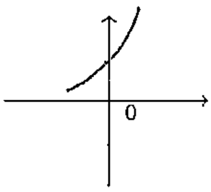
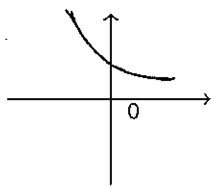
CALCOLO 1		18 giugno 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{2n^2\log(1+1/n)+\sqrt{n}}{3n+n\sin(1/n)} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 1/3; $\boxed{c}$ 2/3; $\boxed{d}$ 2.

2. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale improprio $\int_1^\infty \frac{1-\cos(\frac{1}{x})}{x\sqrt{x^\alpha+1}}dx$ è convergente è dato da: $\boxed{a}$ $\alpha > -2$; $\boxed{b}$ $\alpha > -4$; $\boxed{c}$ $\alpha > -6$; $\boxed{d}$ $\alpha > -1/2$.

3. Sia $f(x)$ una funzione continua, con derivata prima e derivata seconda continue, e tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = -1$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \sqrt{2f(x)+1}$ vicino all'origine è :

$\boxed{a}$  ; $\boxed{b}$  ; $\boxed{c}$  ; $\boxed{d}$  .

4. Sia $f(x)$ una funzione derivabile, con derivata continua, e tale che $f(0) = 0$. Allora $\int_0^1 f'(2x)\cos(\frac{\pi}{2}x)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{\pi}{4}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$; $\boxed{b}$ $\pi\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$; $\boxed{c}$ $\frac{-\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$; $\boxed{d}$ $\frac{\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$.

5. Nel piano complesso, l'insieme delle soluzioni dell'equazione $3\bar{z} - 2\mathrm{Re}\,z - z = 2i$ è: $\boxed{a}$ una retta orizzontale; $\boxed{b}$ un punto; $\boxed{c}$ una circonferenza; $\boxed{d}$ una retta verticale.

6. Sia $g(x) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile e tale che $\int_0^x g(t)\,dt \geq x$ per ogni $x \in [0,1]$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x^2/2$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxed{b}$ $g'(0) \geq 1$; $\boxed{c}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x\,g(0)$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxed{d}$ $g(0) \geq 1$.

7. Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché le funzioni $f(x) = 2b - ax$ e $g(x) = a + bx^2 + 2$ soddisfino $f(0) = g(0)$ e $\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 g(x)\,dx$. $\boxed{a}$ $a = -1/2$, $b = -2$; $\boxed{b}$ $a = -1/2$, $b = 3/4$; $\boxed{c}$ $a = -3/4$, $b = -1/2$; $\boxed{d}$ $a = 2/3$, $b = -1/6$.

8. Il polinomio di Taylor della funzione $g(x) = \int_0^x \frac{\sqrt{2t^2+1}}{1+\sin(2t)}dt$ di centro $x_0 = 0$ e di grado 2 è: $\boxed{a}$ $x + \frac{x^2}{2}$; $\boxed{b}$ $x - \frac{x^2}{2}$; $\boxed{c}$ $x - x^2$; $\boxed{d}$ $x + x^2$.

CALCOLO 1		18 giugno 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

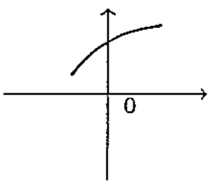
- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

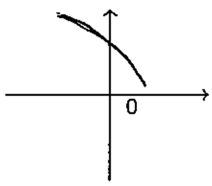
1. Nel piano complesso, l'insieme delle soluzioni dell'equazione $2z - 2\mathrm{Re}\, z + \bar{z} = -3i$ è: $\boxed{a}$ una retta verticale; $\boxed{b}$ una retta orizzontale; $\boxtimes$ un punto; $\boxed{d}$ una circonferenza.

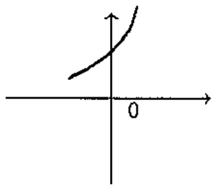
2. Sia $g(x) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile e tale che $g(x) \geq g(0) + x$ per ogni $x \in [0,1]$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $g(0) \geq 1$; $\boxed{b}$ $\int_0^x g(t)\, dt \leq x^2/2$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxtimes$ $g'(0) \geq 1$; $\boxed{d}$ $\int_0^x g(t)\, dt \leq x\, g(0)$ per ogni $x \in [0,1]$.

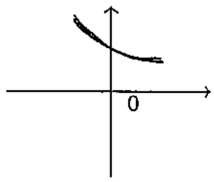
3. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale improprio $\int_1^\infty \frac{e^{1/\sqrt{x}}-1}{x^\alpha (x+1)} dx$ è convergente è dato da: $\boxtimes$ $\alpha > -1/2$; $\boxed{b}$ $\alpha > -2$; $\boxed{c}$ $\alpha > -4$; $\boxed{d}$ $\alpha > -6$.

4. Sia $f(x)$ una funzione continua, con derivata prima e derivata seconda continue, e tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = -2$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \sqrt{2f(x) + 1}$ vicino all'origine è :

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

5. Il polinomio di Taylor della funzione $g(x) = \int_0^x \frac{2t+\cos(3t)}{\sqrt{t^2+1}} dt$ di centro $x_0 = 0$ e di grado 2 è: $\boxtimes$ $x + x^2$; $\boxed{b}$ $x + \frac{x^2}{2}$; $\boxed{c}$ $x - \frac{x^2}{2}$; $\boxed{d}$ $x - x^2$.

6. $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{2n^2 \log(1+1/n) + \sqrt{n}}{3n + n\sin(1/n)} =$ $\boxed{a}$ 2; $\boxed{b}$ 1; $\boxed{c}$ 1/3; $\boxtimes$ 2/3.

7. Sia $f(x)$ una funzione derivabile, con derivata continua, e tale che $f(0) = 0$. Allora $\int_0^1 f'(2x)\sin(\pi x)\, dx =$ $\boxtimes$ $-\frac{\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\, dx$; $\boxed{b}$ $-\pi \int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\, dx$; $\boxed{c}$ $\pi \int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\, dx$; $\boxed{d}$ $-2\pi \int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\, dx$.

8. Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché le funzioni $f(x) = a + 2bx$ e $g(x) = 2b - ax^3 + 1$ soddisfino $f(0) = g(0)$ e $\int_0^1 f(x)\, dx = \int_0^1 g(x)\, dx$. $\boxtimes$ $a = 2/3$, $b = -1/6$; $\boxed{b}$ $a = -1/2$, $b = -2$; $\boxed{c}$ $a = -1/2$, $b = 3/4$; $\boxed{d}$ $a = -3/4$, $b = -1/2$.

CALCOLO 1		18 giugno 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

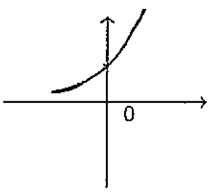
1. Sia $f(x)$ una funzione derivabile, con derivata continua, e tale che $f(0) = 0$. Allora $\int_0^1 f'(2x)\cos(\frac{\pi}{2}x)\,dx =$ $\boxtimes$ $\frac{\pi}{4}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$; $\boxed{b}$ $\pi\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$; $\boxed{c}$ $\frac{-\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$; $\boxed{d}$ $\frac{\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$.

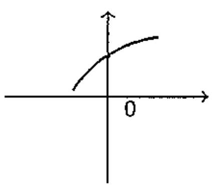
2. Il polinomio di Taylor della funzione $g(x) = \int_0^x \frac{\sqrt{2t^2+1}}{1+\sin(2t)}dt$ di centro $x_0 = 0$ e di grado 2 è: $\boxed{a}$ $x + \frac{x^2}{2}$; $\boxed{b}$ $x - \frac{x^2}{2}$; $\boxtimes$ $x - x^2$; $\boxed{d}$ $x + x^2$.

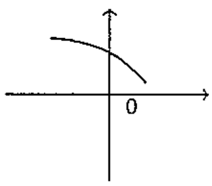
3. Nel piano complesso, l'insieme delle soluzioni dell'equazione $2z - 3\mathrm{Im}\,z + \overline{z} = 3$ è: $\boxed{a}$ una retta orizzontale; $\boxtimes$ un punto; $\boxed{c}$ una circonferenza; $\boxed{d}$ una retta verticale.

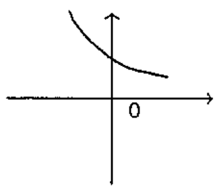
4. $\lim_{n\to+\infty} \frac{2n + \sin(1/n)}{3\sqrt{n} + n^2\log(1 + 1/n)} =$ $\boxed{a}$ 1; $\boxed{b}$ 1/3; $\boxed{c}$ 2/3; $\boxtimes$ 2.

5. Sia $f(x)$ una funzione continua, con derivata prima e derivata seconda continue, e tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = -1$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \sqrt{2f(x)+1}$ vicino all'origine è :

$\boxed{a}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxtimes$ 

.

6. Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché le funzioni $f(x) = 2a + bx$ e $g(x) = -b + ax^2 - 2$ soddisfino $f(0) = g(0)$ e $\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 g(x)\,dx$. $\boxed{a}$ $a = -1/2$, $b = -2$; $\boxed{b}$ $a = -1/2$, $b = 3/4$; $\boxtimes$ $a = -3/4$, $b = -1/2$; $\boxed{d}$ $a = 2/3$, $b = -1/6$.

7. Sia $g(x) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile e tale che $g'(x) \leq 0$ per ogni $x \in [0, 1]$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x^2/2$ per ogni $x \in [0, 1]$; $\boxed{b}$ $g'(0) \geq 1$; $\boxtimes$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x\,g(0)$ per ogni $x \in [0, 1]$; $\boxed{d}$ $g(0) \geq 1$.

8. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale improprio $\int_1^\infty \frac{1-\cos(\frac{1}{x})}{x\sqrt{x^\alpha+1}}dx$ è convergente è dato da: $\boxed{a}$ $\alpha > -2$; $\boxtimes$ $\alpha > -4$; $\boxed{c}$ $\alpha > -6$; $\boxed{d}$ $\alpha > -1/2$.

CALCOLO 1		18 giugno 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Il polinomio di Taylor della funzione $g(x) = \int_0^x \frac{\cos(2t)-t}{\sqrt{2t^2+1}}dt$ di centro $x_0 = 0$ e di grado 2 è: $\boxed{a}$ $x - x^2$; $\boxed{b}$ $x + x^2$; $\boxed{c}$ $x + \frac{x^2}{2}$; $\boxed{\xcancel{d}}$ $x - \frac{x^2}{2}$.

2. $\lim_{n\to+\infty} \dfrac{2n\log(1+1/n)+n}{3\sqrt{n}+n^2\sin(1/n)} =$ $\boxed{a}$ 2/3; $\boxed{b}$ 2; $\boxed{\xcancel{c}}$ 1; $\boxed{d}$ 1/3.

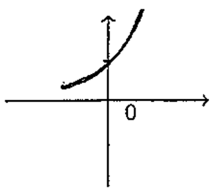
3. Sia $g(x) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile e tale che $g'(x) \leq 0$ per ogni $x \in [0,1]$. Allora è sempre vero che: $\boxed{\xcancel{a}}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x\,g(0)$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxed{b}$ $g(0) \geq 1$; $\boxed{c}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x^2/2$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxed{d}$ $g'(0) \geq 1$.

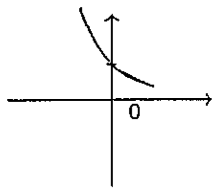
4. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale improprio $\int_1^\infty \frac{e^{1/x^2}-1}{(x^\alpha+1)x}dx$ è convergente è dato da: $\boxed{a}$ $\alpha > -6$; $\boxed{b}$ $\alpha > -1/2$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $\alpha > -2$; $\boxed{d}$ $\alpha > -4$.

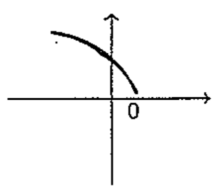
5. Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché le funzioni $f(x) = 2a + bx$ e $g(x) = -b + ax^2 - 2$ soddisfino $f(0) = g(0)$ e $\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 g(x)\,dx$. $\boxed{\xcancel{a}}$ $a = -3/4$, $b = -1/2$; $\boxed{b}$ $a = 2/3$, $b = -1/6$; $\boxed{c}$ $a = -1/2$, $b = -2$; $\boxed{d}$ $a = -1/2$, $b = 3/4$.

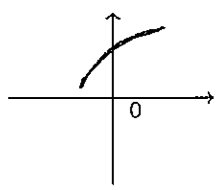
6. Nel piano complesso, l'insieme delle soluzioni dell'equazione $3\overline{z} + 2i\mathrm{Im}\,z + z = 2$ è: $\boxed{a}$ una circonferenza; $\boxed{\xcancel{b}}$ una retta verticale; $\boxed{c}$ una retta orizzontale; $\boxed{d}$ un punto.

7. Sia $f(x)$ una funzione continua, con derivata prima e derivata seconda continue, e tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = 1$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \sqrt{2f(x)+1}$ vicino all'origine è :

$\boxed{\xcancel{a}}$ 

; $\boxed{b}$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.

8. Sia $f(x)$ una funzione derivabile, con derivata continua, e tale che $f(0) = 0$. Allora $\int_0^1 f'(2x)\cos(\frac{\pi}{2}x)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\frac{-\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$; $\boxed{b}$ $\frac{\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$; $\boxed{\xcancel{c}}$ $\frac{\pi}{4}\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$; $\boxed{d}$ $\pi\int_0^1 f(2x)\sin(\frac{\pi}{2}x)\,dx$.

CALCOLO 1		18 giugno 2008
Cognome:	Nome:	Matricola:

- *Una ed una sola delle quattro affermazioni è corretta. Indicarla con una croce.*
- *Per annullare una risposta ritenuta errata racchiuderla in un cerchio.*
- *Risposta corretta:* +1.5. *Risposta errata:* −0.25.

1. Determinare i valori dei parametri reali a e b affinché le funzioni $f(x) = b - 2ax$ e $g(x) = 2a - bx^3 - 1$ soddisfino $f(0) = g(0)$ e $\int_0^1 f(x)\,dx = \int_0^1 g(x)\,dx$. $\boxed{a}$ $a = -1/2$, $b = 3/4$; $\boxed{b}$ $a = -3/4$, $b = -1/2$; $\boxed{c}$ $a = 2/3$, $b = -1/6$; $\boxtimes$ $a = -1/2$, $b = -2$.

2. Nel piano complesso, l'insieme delle soluzioni dell'equazione $2z - 3\mathrm{Im}\,z + \overline{z} = 3$ è: $\boxtimes$ un punto; $\boxed{b}$ una circonferenza; $\boxed{c}$ una retta verticale; $\boxed{d}$ una retta orizzontale.

3. $\displaystyle\lim_{n\to+\infty} \frac{2n\log(1+1/n)+n}{3\sqrt{n}+n^2\sin(1/n)} =$ $\boxed{a}$ 1/3; $\boxed{b}$ 2/3; $\boxed{c}$ 2; $\boxtimes$ 1.

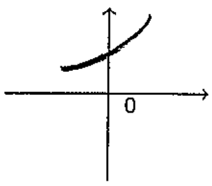
4. Sia $g(x) : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ una funzione derivabile e tale che $g(x) \leq x$ per ogni $x \in [0,1]$. Allora è sempre vero che: $\boxed{a}$ $g'(0) \geq 1$; $\boxed{b}$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x\,g(0)$ per ogni $x \in [0,1]$; $\boxed{c}$ $g(0) \geq 1$; $\boxtimes$ $\int_0^x g(t)\,dt \leq x^2/2$ per ogni $x \in [0,1]$.

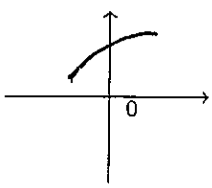
5. Sia $f(x)$ una funzione derivabile, con derivata continua, e tale che $f(0) = 0$. Allora $\int_0^1 f'(2x)\sin(\pi x)\,dx =$ $\boxed{a}$ $\pi\int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$; $\boxed{b}$ $-2\pi\int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$; $\boxtimes$ $-\frac{\pi}{2}\int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$; $\boxed{d}$ $-\pi\int_0^1 f(2x)\cos(\pi x)\,dx$.

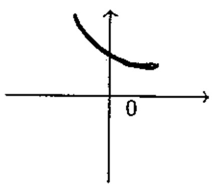
6. Il polinomio di Taylor della funzione $g(x) = \int_0^x \frac{t+\cos(2t)}{\sqrt{3t^2+1}}dt$ di centro $x_0 = 0$ e di grado 2 è: $\boxed{a}$ $x - \frac{x^2}{2}$; $\boxed{b}$ $x - x^2$; $\boxed{c}$ $x + x^2$; $\boxtimes$ $x + \frac{x^2}{2}$.

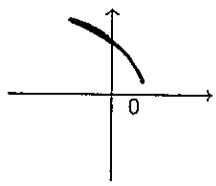
7. L'insieme dei valori del parametro $\alpha \in \mathbf{R}$ per cui l'integrale improprio $\int_1^\infty \frac{1-\cos(\frac{1}{x^2})}{\sqrt{x^\alpha+1}}dx$ è convergente è dato da: $\boxed{a}$ $\alpha > -4$; $\boxtimes$ $\alpha > -6$; $\boxed{c}$ $\alpha > -1/2$; $\boxed{d}$ $\alpha > -2$.

8. Sia $f(x)$ una funzione continua, con derivata prima e derivata seconda continue, e tale che $f(0) = 0$, $f'(0) = 2$ e $f''(0) = 2$. Allora il grafico della funzione $g(x) = \sqrt{2f(x)+1}$ vicino all'origine è :

$\boxed{a}$ 

; $\boxtimes$ 

; $\boxed{c}$ 

; $\boxed{d}$ 

.